Amérique du sud - septembre 2022 - sujet 2

Exercice 1 (Programmation et algorithmique - 4 points)
On souhaite rechercher dans un tableau les k plus proches voisins d'un objet donné.

On dispose pour cela d'un tableau `t` non vide contenant des objets d'un même type et d'une fonction `distance` qui renvoie la distance entre deux objets quelconques de ce type.
Etant donné un objet `cible` du même type que ceux du tableau `t`, on cherche à déterminer les indices des k éléments du tableau `t` qui sont les plus proches de cet objet (c'est-à-dire ceux dont la distance à l'objet `cible` est la plus petite).

1. On suppose dans cette question que $k = 1$.
   La fonction `plus_proche_voisin` ci-dessous prend en paramètre le tableau `t` et l'objet `cible`. Ecrire sur votre copie le bloc d'instructions manquant pour que la fonction revnoie l'indice d'un plus proche voisin de `cible`.

```
def plus_proche_voisin(t, cible):
    dmin = distance(t[0], cible)
    idx_ppv = 0
    n = len(t)
    for idx in range(1,n):

        # bloc d'instructions à compléter

    return idx_ppv
```

2. On considère que le coût en temps du bloc manquant est constant. Quelle est alors le complexité de la fonction `plus_proche_voisin` quand $k = 1$?

Dans la suite, on suppose $k \geqslant 1$.

3. Une approche naïve consiste à parcourir le tableau `t` pour trouver l'indice de l'élément le plus proche de `cible`, puis à recommencer pour trouver l'indice du deuxième élément le plus proche de `cible`, et ainsi de suite. Cela implique de parcourir k fois tout le tableau.
   Afin de réduire le nombre d'appels à la fonction `distance`, la stratégie suivante permet de ne parcourir le tableau `t` qu'une seule fois. Lors de ce parcours, on stocke dans une liste `kppv`, initialement vide, les tuples `(idx, d)`, où `idx` est l'indice d'un k plus proche voisin de `cible` déjà rencontré et où `d` est la distance correspondante, triés dans l'ordre décroissante de leur distance à `cible`.
   La fonction `recherche_kppv` ci-dessous prend en paramètre le tableau `t`, le nombre `k` et l'objet `cible`, et renvoie la liste des tuples `(idx, d)`, où `idx` est l'indice d'un k plus proche voisin de `cible` dans le tableau `t` et où `d` est la distance correspondante.
   On admet que l'appel `insertion(kppv, idx, d)` insère le tuple `(idx, d)` dans la liste `kppv` de sorte que celle-ci demeure triée dans l'ordre décroissant des distances.

```
def recherche_kppv(t, k, cible):
    kppv = []
    n = len(t)
    for idx in range(n):
        obj = t[idx]
        if len(kppv) < k:
            insertion(kppv, idx, distance(obj, cible))
        else:
            i0, d0 = kppv[0]
            if distance(obj, cible)<d0:
                kppv.pop(0) # supprime le premier élément de kppv
                insertion(kppv, idx, distance(obj, cible))
    return kppv
```

(a) On remarque qu'il y a plusieurs appels identiques à la fonction `distance`. Comment ne faire d'un seul appel de cette fonction ?

(b) Expliquer l'intérêt de maintenir la liste `kppv` triée.

(c) Ecrire une fonction `insertion` prenant en paramètre la liste `kppv` préalablement triée, l'indice `idx` et la distance `d`, et insérant le tuple `(idx, d)` dans la liste `kppv` en préservant l'ordre décroissant selon l'élément `d`.
On pourra éventuellement utiliser la méthode `insert` dont la documentation, fournie par la commande `help(list.insert)`, est la suivante :

```
insert(self, index, object, /)
 Insère l'objet object avant la position index dans l'objet
appelant référencé par self.
```

Exemple d'utilisation de la méthode `insert` :

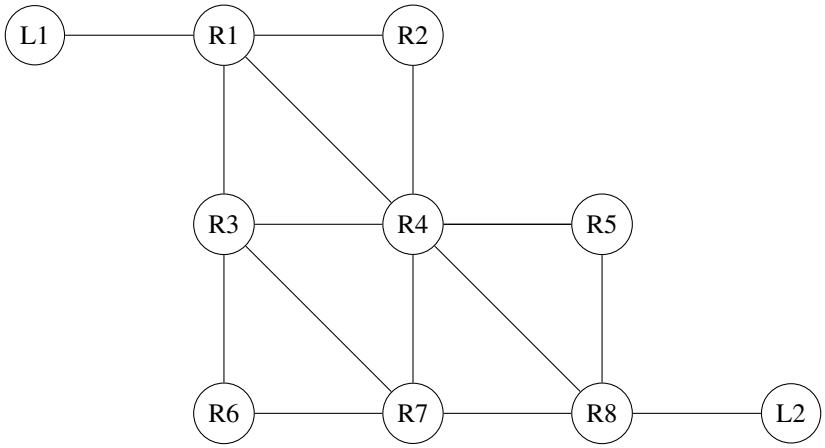
```
>>> liste = [4, 2, 8, 9]
>>> liste.insert(1,3)
>>> liste
[4, 3, 2, 8, 9]
```

Exercice 2 (Réseaux et protocoles de routage - 4 points)
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A.
A son domicile, une élève remarque que l'adresse IP de l'interface réseau (carte wifi) de son ordinateur personnel est `192.168.1.14` avec le masque `255.255.255.0`.
Pour chacune des questions ci-dessous, recopier la seule bonne réponse.

1. Sous Unix, quelle instruction en ligne de commande a pu délivrer cette information ?
   - `ipconfig`
   - `ping`
   - `ps`
   - `ls`
2. Parmi les protocoles ci-dessous, quel est celui qui a permis d'attribuer automatiquement cette adresse IP ?
   - DNS
   - DHCP
   - TCP
   - HTTP
3. Parmi les adresses IP ci-dessous, quelle est la seule possible pour un autre appareil connecté au même réseau ?
   - `192.168.0.14`
   - `192.168.0.1`
   - `192.168.1.1`
   - `192.168.1.255`
4. Toujours à son domicile, l'élève consulte une page web qui prétend que l'adresse IP de son ordinateur est `88.168.10.210`.
   - C'est une fausse information car son adresse IP est `192.168.1.14`.
   - C'est sûrement faux car seul le fournisseur d'accès peut avoir connaissance de cette information.
   - C'est possible et cette adresse serait celle de la box vers Internet.
   - C'est possible, mais cela signifierait que l'ordinateur est infecté par un malware.
5. Est-ce possible qu'un ordinateur connecté au réseau du lycée possède la même adresse IP que l'élève à son domicile ?
   - Oui, à condition que les connexions n'aient pas lieu au même moment.
   - Oui, car les adresses `192.168.x.x` ne sont pas routées sur Internet.
   - Oui, à condition d'utiliser un VPN.
   - Non, car deux machines sont identifiées de manière unique par leur adresse IP.

Partie B.
On représente ci-dessous un réseau dans lequel R1, R2, R3, R4, R5, R6, R7 et R8 sont des routeurs. Le réseau local L1 est relié au routeur R1 et le réseau local L2 au routeur R8.



Les liaisons sont de trois types :

- Eth : Ethernet, dont la bande passante est de 10 Mb/s ;
- V1 : VDSL, dont la bande passante est de 50 Mb/s ;
- V2 : VDSL2, dont la bande passante est de 100 Mb/s.

On rappelle que la bande passante d'une liaison est la quantité d'informations qui peut être transmise en bit/s.

Le tableau ci-dessous précise les types de liaisons entre les routeurs :

Liaison	R1-R2	R1-R3	R1-R4	R2-R4	R3-R4	R3-R6	R3-R7	R4-R5	R4-R7	R4-R8	R5-R8	R6-R7	R7-R8
Type	Eth	V2	Eth	V2	Eth	V2	Eth	V1	V2	Eth	V1	V2	Eth

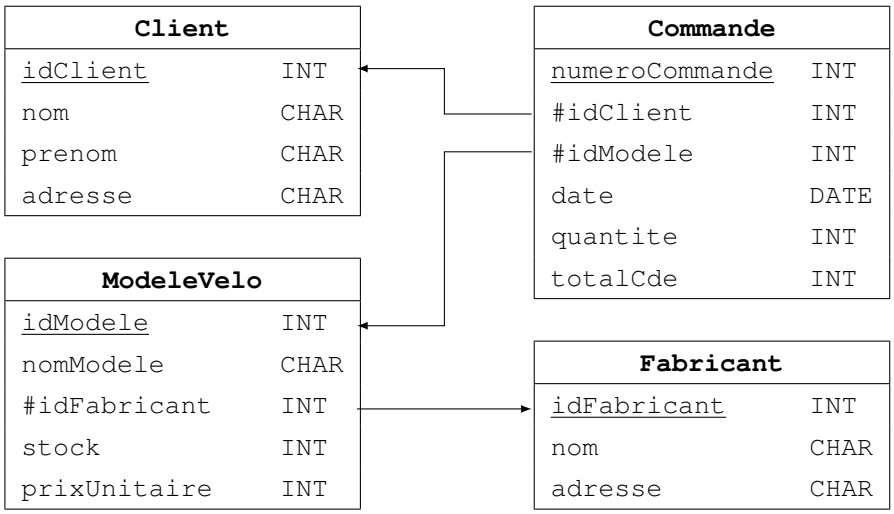
Pour tenir compte du débit des liaisons, on décide d'utiliser le protocole OSPF (distance liée au coût minimal des liaisons) pour effectuer le routage. Le coût C d'une liaison est donnée par la formule

$$C = \frac{10^9}{\text{BP}},$$

où BP est la bande passante de la liaison en bits/s.

1. Vérifier que le coût d'une liaison VDSL est égal à 20.
2. (a) Recopier le graphe sur votre copie en inscrivant les coûts des liaisons.
   (b) Déterminer le chemin parcouru par un paquet partant du réseau L1 et arrivant au réseau L2 en utilisant le protocole OSPF.
   (c) La liaison R1-R4 est remplacée par une liaison de type ADSL avec une bande passante intermédiaire entre celles de type Ethernet et VDSL.
   Quel devrait être le coût maximal de cette liaison pour que des paquets issus du réseau L1 à destination du réseau L2 transitent par celle-ci ? En déduire la bande passante minimale de cette liaison.

Exercice 3 (Bases de données et SQL - 4 points)
Une entreprise vend en ligne des vélos électriques. Afin de gérer le stock des vélos disponibles à la vente, le gestionnaire du site a créé une base de données contenant les quatre relations du schéma relationnel ci-dessous.



Dans le schéma relationnel précédent, un attribut souligné indique qu'il s'agit d'une clé primaire. Un attribut précédé du symbole # indique qu'il s'agit d'une clé étrangère et la flèche associée indique l'attribut référencé. Ainsi, par exemple, l'attribut `idFabricant` de la relation `ModeleVelo` est une clé étrangère qui fait référence à l'attribut `idFabricant` de la relation `Fabricant`.

Dans la suite, les mots clés suivants du langage SQL pourront être utilisés dans les requêtes : `SELECT`, `FROM`, `WHERE`, `JOIN`, `ON`, `DELETE`, `UPDATE`, `SET`, `INSERT`, `AND` et `OR`.

Les fonction d'agrégation `MIN(att)`, `MAX(att)` et `COUNT(att)` renvoient respectivement la plus petite valeur, la plus grande valeur et le nombre d'enregistrements de l'attribut `att` pour les enregistrements sélectionnés. Ainsi, la requête `SELECT MAX(totalCde) FROM Commande` renvoie la plus grande valeur de l'attribut `totalCde` de la table `Commande`.

1. Quand l'entreprise vend le dernier exemplaire en stock d'un modèle, l'attribut `stock` de la table `ModeleVelo` du modèle correspondant doit être mis à jour pour contenir la valeur 0.
   L'entreprise vient de vendre le dernier exemplaire en stock du modèle `'Bovelo'`. Compléter la requête SQL afin de mettre à jour la relation `ModeleVelo`.

```
UPDATE .......... SET .......... WHERE ..........
```

2. Ravel, un nouveau fabricant, a livré à l'entreprise dix vélos du modèle `'Bovelo'`. Parmi les cinq requêtes ci-dessous, en sélectionner deux qui permettent d'intégrer cette nouvelle information et indiquer l'ordre dans lequel elles doivent être saisies.
   - ⋆ Requête 1 :

```
UPDATE ModeleVelo SET quantite = 10 WHERE nomModele = 'Bovelo'
```

   - ⋆ Requête 2 :

```
INSERT INTO ModeleVelo VALUES (6298, 'Bovelo', 3127, 10, 1990)
```

   - ⋆ Requête 3 :

```
UPDATE ModeleVelo SET quantite = 10 WHERE nomModele = 'Bovelo' AND nomFabricant = 'Ravel'
```

   - ⋆ Requête 4 :

```
INSERT INTO Fabricant VALUES (3127, 'RAVEL', '89 cours de Vincennes, 75020 Paris')
```

   - ⋆ Requête 5 :

```
UPDATE ModeleVelo SET quantite = 10 WHERE idFabricant = 3127
```

3. Ecrire des requêtes SQL permettant d'obtenir les informations suivantes :
   (a) les noms des modèles en rupture de stock et l'identifiant de leur fabricant respectif ;
   (b) le nombre de commandes passées depuis le `'2022-01-01'` inclus. On précise que le type `DATE` permet de représenter une date par une chaîne de caractères au format `'AAAA-MM-JJ'` et que ces dates peuvent être comparées à l'aide des opérateurs usuels (=, !=, >, <, >= et <=) ;
   (c) les noms des fabricants dont le stock de vélos est strictement positif.
4. Que permet d'obtenir la requête SQL suivante ?

```
SELECT DISTINCT Client.nom
FROM Client
JOIN Commande ON Client.idClient = Commande.idClient
JOIN ModeleVelo ON ModeleVelo.idModele = Commande.idModele
WHERE ModeleVelo.nomModele = 'Bovelo'
```

Exercice 4 (Programmation et récursivité - 4 points)

Une ligne polygonale est consituée d'une liste ordonnée de points, appelés sommets, joints par des segments. L'algorithme de Douglas-Peuker permet de simplifier une ligne polygonale en supprimant certains de ses sommets. L'effet de l'algorithme appliqué aux lignes polygonales du contour de la France métropolitaine est illustré ci-dessous :

Avant application de l'algorithme

Après application de l'algorithme

On implémentera cet algorithme dans la dernière question de l'énoncé. Pour cela, nous allons d'abord implémenter des fonctions auxiliaires.

On suppose dans la suite que les sommets sont des points du plan dont les coordonnées $(x; y)$ dans un repère orthonormé fixé sont représentées par des tuples de longueur 2.

1. La distance qui sépare deux points A et B de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ est donnée par la formule

$$\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

On rappelle que la fonction `sqrt` du module `math` de Python renvoie la racine carrée d'un nombre positif ou nul.

   (a) Ecrire une instruction qui permet d'importer la fonction `sqrt` du module `math`.

   (b) Supposant l'import réalisé, écrire une fonction `distance_points` prenant en paramètre deux tuples `a` et `b` représentant les coordonnées de deux points et renvoyant la distance qui les sépare.

2. On dispose d'une fonction `distance_point_droite` prenant en paramètre trois tuples `p`, `a` et `b` représentant les coordonnées respectives de trois points P, A et B et renvoyant la distance du point P à la droite (AB). L'exécution de cette fonction produit une erreur dans le cas où les points A et B sont égaux.
   A l'aide des fonctions `distance_points` et `distance_point_droite`, écrire une fonction `distance` prenant en paramètre trois tuples `p`, `a` et `b` représentant les coordonnées respectives de trois points P, A et B et renvoyant la distance entre le point P et la droite (AB) si les points A et B sont distincts et la distance AP sinon.

Dans la suite, on dira que la fonction `distance` calcule la distance entre le point P et les points A et B, éventuellement confondus.

3. On a besoin d'une fonction `le_plus_loin` prenant en paramètre une liste de tuples `ligne` représentant les coordonnées des points d'une ligne polygonale et renvoyant un tuple composé de
   - l'indice du point de coordonnées `p` de la ligne polygonale d'extrémités `deb` et `fin`, pour lequel la distance `distance(p, deb, fin)` est la plus grande ;
   - la valeur correspondante à cette distance.

   On fournit le code incomplet suivant :

```
def le_plus_loin(ligne):
    n = len(ligne)
    deb = ligne[0]
    fin = ligne[n-1]
    dmax = 0
    indice_max = 0
    for idx in range(1, n-1):
        p = ..........
        d = distance(p, deb, fin)
        if .......... :
            ..........
            ..........
    return ..........
```

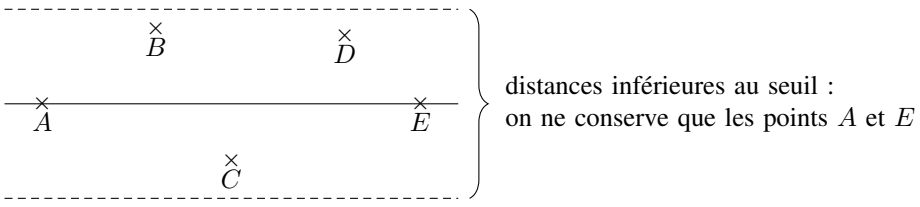
Recopier et compléter le code de cette fonction.

4. Ecrire une fonction `extrait` prenant en paramètre un tableau `tab` et deux entiers `i` et `j` correspondant à deux indices de `tab` (on a donc `0 ⩽ i ⩽ j < len(tab)`) et renvoyant la copie de `tab` des cases d'indices `i` inclus à `j` inclus.
L'appel `extrait([7, 4, 9, 12], 2, 3)` renverra ainsi `[9, 12]`.

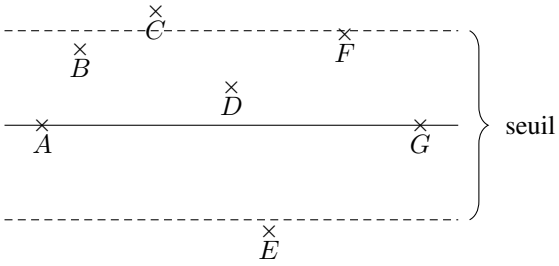
L'algorithme de Douglas-Peuker repose sur une stratégie de type « diviser pour régner ». Pour éliminer des sommets « proches de l'alignement », un seuil est fixé.

Etant donnée une ligne polygonale, le principe de l'algorithme est le suivant :

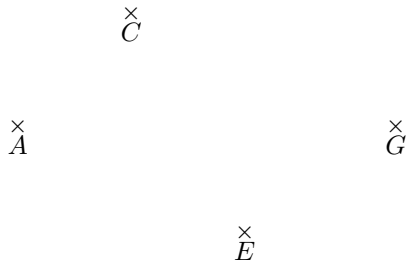
- si la ligne ne contient que deux sommets, l'algorithme se termine ;
- sinon, on considère la droite formée par les extrémités de la ligne (son premier et son dernier sommet) et on sélectionne le point le plus éloigné de cette droite (dans le cas où les extrémités sont confondues, on sélectionne le point de plus éloigné de celles-ci) :
  - si la distance entre le point sélectionné et la droite (ou les extrémités lorsqu'elles sont confondues) est inférieure au seuil fixé, on ne conserve que les extrémités de la ligne polygonale ;



  - sinon, on applique l'algorithme de manière récursive aux deux parties de la ligne polygonale formées de la séquence formée du premier sommet jusqu'au sommet sélectionné d'une part et de la séquence formée du sommet sélectionné jusqu'au dernier sommet d'autre part. L'algorithme renvoie alors la concaténation des séquences simplifées ainsi obtenues.



L'algorithme appliqué sur la ligne polygonale `[A,B,C,D,E,F,G]` ci-dessus va récursivement être appelé sur les lignes polygonales `[A,B,C]` et `[C,D,E,F,G]`. La ligne polygonale que l'on obtiendra à la fin de l'algorithme sera `[A,C,E,G]`.



5. L'algorithme de Douglas-Peuker est implémenté par la fonction `simplifie` ci-dessous qui prend en paramètre la ligne polygonale et le seuil choisi.

```
def simplifie(ligne, seuil):
    n = len(ligne)
    if n <= 2:
        return ..........
    else:
        indice_max, dmax = le_plus_loin(ligne)
        if dmax <= seuil:
            return ..........
        else:
            # bloc à écrire
```

Recopier et compléter le code de cette fonction.

Exercice 5 (Arbres binaires, POO et récursivité - 4 points)

Dans un arbre binaire, chaque nœud admet au plus deux enfants, appelés sous-arbre gauche et sous-arbre droit. On considère dans cet exercice des arbres binaires étiquetés avec des nombres entiers.

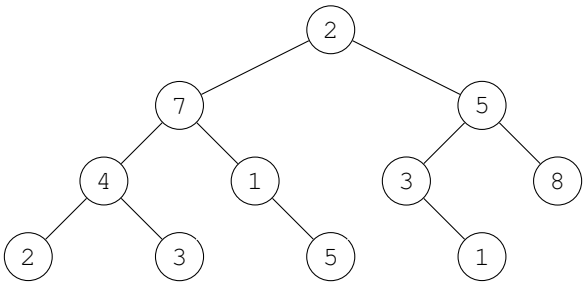
On définit un chemin racine-feuille dans un tel arbre comme une liste ordonnée de nœuds telle que :

- le premier nœud est la racine ;
- chaque nœud suivant est enfant du précédent ;
- le dernier nœud est une feuille.

On appellera somme d'un chemin racine-feuille la somme des étiquettes des nœuds du chemin.

Enfin, la plus grande somme racine-feuille d'un arbre est la plus grande somme qu'il est possible d'obtenir en considérant tous les chemins racine-feuille de l'arbre.

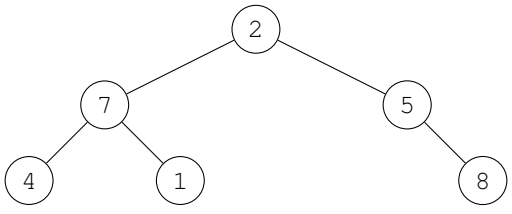
1. Déterminer la plus grande somme racine-feuille de l'arbre représenté ci-dessous.



2. La classe `Noeud` ci-dessous implémente le type abstrait d'arbre binaire.

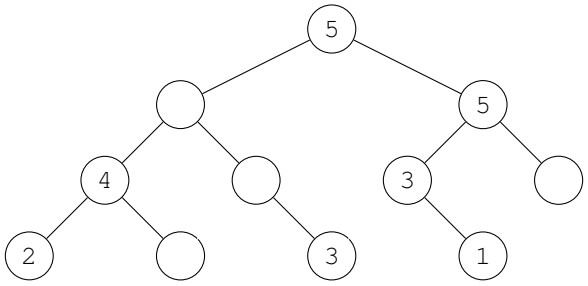
```
class Noeud:

    def __init__(self, v):
        self.etiquette = v
        self.sag = None
        self.sad = None

    def niveau(self):
        if self.sag != None and self.sad != Nonte:
            hg = self.sag.niveau()
            hd = seld.sad.niveau()
            return 1 + max(hg, hd)
        if self.sag != None:
            return 1 + self.sag.niveau()
        if self.sad != None:
            return 1 + self.sad.niveau()
        return 0

    def modifier_sag(self, nsag):
        self.sag = nsag

    def modifier_sad(self, nsad):
        self.sad = nsad
```

(a) Ecrire une suite d'instructions utilisant la classe `Noeud` permettant de représenter l'arbre ci-dessous.



(b) Que renvoie l'appel de la méthode `niveau` sur l'arbre ci-dessus ?

3. S'inspirer du code de la méthode `niveau` pour écrire une méthode récursive `pgde_somme` qui renvoie la plus grande somme racine-feuille d'un arbre.
4. On appelle arbre magique un arbre binaire dont toutes les sommes des chemins racine-feuille sont égales.
   (a) Recopier et compléter l'arbre ci-dessous pour qu'il soit magique.



   (b) Un arbre est magique si ses sous-arbres sont magiques et qu'ils ont de plus la même plus grande somme racine-feuille. Ecrire une méthode récursive `est_magique` qui renvoie `True` si l'arbre est magique et `False` sinon.