Thèmes des sujets

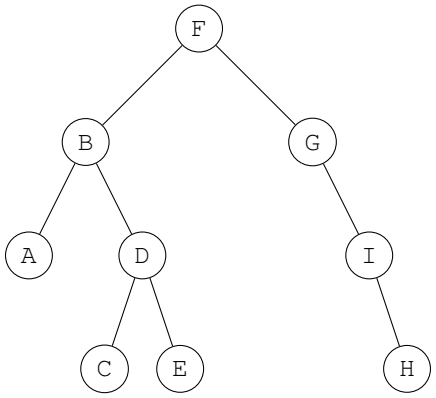
	Algo. gloutons	Arbres	Binaire	Calculs	Caractères	Dictionnaires	Files	Graphes	Listes	Piles	POO	Prog dynamique	Recherche dicho.	Récursivité	Tri	Tuples
Sujet 1		×			×	×			×					×	×	
Sujet 2					×	×										
Sujet 3									×	×	×					
Sujet 4									×							
Sujet 5									×							
Sujet 6					×	×			×							
Sujet 7			×						×						×	
Sujet 8		×		×	×				×		×			×		
Sujet 9			×		×				×					×	×	
Sujet 10				×					×							
Sujet 11		×			×						×			×		
Sujet 12				×					×						×	
Sujet 13									×						×	
Sujet 14						×			×		×					
Sujet 15			×		×				×							
Sujet 16			×						×						×	
Sujet 17			×		×				×							
Sujet 18				×					×				×	×		
Sujet 19				×	×	×			×							
Sujet 20									×							
Sujet 21					×			×	×							
Sujet 22						×			×							
Sujet 23	×	×							×					×		
Sujet 24		×							×			×		×		
Sujet 25									×						×	
Sujet 26						×			×							
Sujet 27									×					×		×
Sujet 28				×					×							
Sujet 29				×					×							×
Sujet 30					×	×			×					×	×	

	Algo. gloutons	Arbres	Binaire	Calculs	Caractères	Dictionnaires	Files	Graphes	Listes	Piles	POO	Prog dynamique	Recherche dicho.	Récursivité	Tri	Tuples
Sujet 31				×					×				×			
Sujet 32				×					×		×					
Sujet 33					×				×							
Sujet 34					×	×			×						×	
Sujet 35					×				×							
Sujet 36	×				×				×					×		
Sujet 37									×						×	
Sujet 38									×	×						
Sujet 39					×				×		×					
Sujet 40						×			×					×		
Sujet 41		×							×		×			×		
Sujet 42									×				×			
Sujet 43									×							
Sujet 44		×							×		×			×		
Sujet 45	×								×							
Sujet 46					×				×				×			
Sujet 47				×		×				×	×					
Sujet 48					×			×	×							

Sujet 1

Thèmes des sujets

Exercice 1 Un arbre binaire de caractères est stocké sous la forme d'un dictionnaire où les clefs sont les caractères des nœuds de l'arbre et les valeurs, pour chaque clef, la liste des caractères des fils gauche et droit du nœud. Par exemple, l'arbre



est stocké dans le dictionnaire :

```
a = {'F':['B','G'], 'B':['A','D'], 'A':['',''], 'D':['C','E'],
     'C':['',''], 'E':['',''], 'G':['','I'], 'I':['','H'], 'H':['','']}
```

Ecrire une fonction récursive `taille` prenant en paramètres un arbre binaire `arbre` sous la forme d'un dictionnaire et un caractère `lettre` qui est la valeur du sommet de l'arbre, et qui renvoie la taille de l'arbre à savoir le nombre total de nœuds.
On observe que, par exemple, `arbre[lettre][0]`, respectivement `arbre[lettre][1]`, permet d'atteindre la clé du sous-arbre gauche, respectivement droit, de l'arbre `arbre` de sommet `lettre`.

Exemple :

```
>>> taille(a, 'F')
9
>>> taille(a, 'B')
5
>>> taille(a, 'I')
2
```

Exercice 2 On considère l'algorithme de tri de tableau suivant : chaque étape, on parcourt le sous-tableau des éléments non rangés et on place le plus petit élément en première position de ce sous-tableau.

Exemple avec le tableau :

```
t = [41, 55, 21, 18, 12, 6, 25]
```

Etape 1 : on parcourt tous les éléments du tableau, on permute le plus petit élément avec le premier. Le tableau devient

```
t = [6, 55, 21, 18, 12, 41, 25]
```

Etape 2 : on parcourt tous les éléments sauf le premier, on permute le plus petit élément trouvé avec le second. Le tableau devient :

```
t = [6, 12, 21, 18, 55, 41, 25]
```

Et ainsi de suite.

Le programme ci-dessous implémente cet algorithme.

```
def echange(tab, i, j):
    '''Echange les éléments d'indice i et j dans le tableau tab.'''
    temp = ...
    tab[i] = ...
    tab[j] = ...

def tri_selection(tab):
    '''Trie le tableau tab dans l'ordre croissant
    par la méthode du tri par sélection.'''
    N = len(tab)
    for k in range(...):
        imin = ...
        for i in range(..., N):
            if tab[i] < ...:
                imin = i
        echange(tab, ..., ...)
```

Compléter ce code de façon à obtenir :

```
>>> tab = [41, 55, 21, 18, 12, 6, 25]
>>> tri_selection(tab)
>>> tab
[6, 12, 18, 21, 25, 41, 55]
```

Sujet 2

Thèmes des sujets

Exercice 1 On considère des mots à trous : ce sont des chaînes de caractères contenant uniquement des majuscules et des caractères `'*'`. Par exemple `'INFO*MA*IQUE'`, `'***I***E**'` et `'*S*'` sont des mots à trous.

Programmer une fonction `correspond` qui :

- prend en paramètres deux chaînes de caractères `mot` et `mot_a_trous` où `mot_a_trous` est un mot à trous comme indiqué ci-dessus ;
- renvoie `True` si on peut obtenir `mot` en remplaçant convenablement les caractères `'*'` de `mot_a_trous`, et `False` sinon.

Exemples :

```
>>> correspond('INFORMATIQUE', 'INFO*MA*IQUE')
True
>>> correspond('AUTOMATIQUE', 'INFO*MA*IQUE')
False
>>> correspond('STOP', 'S*')
False
>>> correspond('AUTO', '*UT*')
True
```

Exercice 2 On considère au plus 26 personnes A, B, C, D, E, F ... qui peuvent s'envoyer des messages avec deux règles à respecter :

- chaque personne ne peut envoyer des messages qu'à la même personne (éventuellement elle-même) ;
- chaque personne ne peut recevoir des messages qu'en provenance d'une seule personne (éventuellement elle-même).

Voici un exemple avec six personnes de « plan d'envoi des messages » qui respecte les règles ci-dessus, puisque chaque personne est présente une seule fois dans chaque colonne :

- A envoie ses messages à E
- E envoie ses messages à B
- B envoie ses messages à F
- F envoie ses messages à A
- C envoie ses messages à D
- D envoie ses messages à C

Et le dictionnaire correspondant à ce plan d'envoi est le suivant :

```
plan_a = {'A':'E', 'B':'F', 'C':'D', 'D':'C', 'E':'B', 'F':'A'}
```

Sur le plan d'envoi `plan_a` des messages ci-dessus, il y a deux cycles distincts : un premier cycle avec A, E, B, F et un second cycle avec C et D.

En revanche, le plan d'envoi `plan_b` ci-dessous :

```
plan_b = {'A':'C', 'B':'F', 'C':'E', 'D':'A', 'E':'B', 'F':'D'}
```

comporte un unique cycle : A, C, E, B, F, D. Dans ce cas, lorsqu'un plan d'envoi comporte un unique cycle, on dit que le plan d'envoi est *cyclique*.

Pour savoir si un plan d'envoi de messages comportant N personnes est cyclique, on peut utiliser l'algorithme ci-dessous :

- on part d'un expéditeur (ici A) et on inspecte son destinataire dans le plan d'envoi ;
- chaque destinataire devient à son tour expéditeur, selon le plan d'envoi, tant qu'on ne « retombe » pas sur l'expéditeur initial ;
- le plan d'envoi est cyclique si on l'a parcouru en entier.

Compléter la fonction `est_cyclique` ci-dessous en respectant la spécification. On rappelle que la fonction `len` permet d'obtenir la longueur d'un dictionnaire.

```
def est_cyclique(plan):
    '''
    Prend en paramètre un dictionnaire `plan` correspondant à un plan d'envoi de
    messages (ici entre les personnes A, B, C, D, E, F).
    Renvoie True si le plan d'envoi de messages est cyclique et False sinon.
    '''
    expediteur = 'A'
    destinataire = plan[...]
    nb_destinaires = 1

    while destinataire != expediteur:
        destinataire = ...
        nb_destinaires = ...

    return nb_destinaires == ...
```

Exemples :

```
>>> est_cyclique({'A':'E', 'F':'A', 'C':'D', 'E':'B', 'B':'F', 'D':'C'})
False
>>> est_cyclique({'A':'E', 'F':'C', 'C':'D', 'E':'B', 'B':'F', 'D':'A'})
True
>>> est_cyclique({'A':'B', 'F':'C', 'C':'D', 'E':'A', 'B':'F', 'D':'E'})
True
>>> est_cyclique({'A':'B', 'F':'A', 'C':'D', 'E':'C', 'B':'F', 'D':'E'})
False
```

Sujet 3

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `maximum_tableau`, prenant en paramètre un tableau non vide de nombres `tab` de (type `list`) et renvoyant le plus grand élément de ce tableau.

Exemples :

```
>>> maximum_tableau([98, 12, 104, 23, 131, 9])
131
>>> maximum_tableau([-27, 24, -3, 15])
24
```

Exercice 2 On dispose de chaînes de caractères contenant uniquement des parenthèses ouvrantes et fermantes.

Un parenthésage est correct si :

- le nombre de parenthèses ouvrantes de la chaîne est égal au nombre de parenthèses fermantes ;
- en parcourant la chaîne de gauche à droite, le nombre de parenthèses déjà ouvertes doit être, à tout moment, supérieur ou égal au nombre de parenthèses déjà fermées.

Ainsi, `"(((())(()))"` est un parenthésage correct. En revanche, les parenthésages `"())(()"` et `"(())(()"` sont, eux, incorrects.

On dispose du code de la classe `Pile` suivant :

```
class Pile:
    """ Classe definissant une structure de pile """
    def __init__(self):
        self.contenu = []

    def est_vide(self):
        """ Renvoie un booléen indiquant si la pile est vide """
        return self.contenu == []

    def empiler(self, v):
        """ Place l'élément v au sommet de la pile """
        self.contenu.append(v)

    def depiler(self):
        """ Retire et renvoie l'élément placé au sommet de la pile, si la pile
        n'est pas vide. Produit une erreur sinon """
        assert not self.est_vide()
        return self.contenu.pop()
```

On souhaite programmer une fonction `parenthesage` qui prend en paramètre une chaîne de caractères `ch` formée de parenthèses et renvoie `True` si la chaîne `ch` est bien parenthésée et `False` sinon.

Cette fonction utilise une pile et suit le principe suivant : en parcourant la chaîne de gauche à droite, si on trouve une parenthèse ouvrante, on l'empile au sommet de la pile et si on trouve une parenthèse fermante, on dépile (si possible) la parenthèse ouvrante stockée au sommet de la pile. La chaîne est alors bien parenthésée si, à la fin du parcours, la pile est vide. Elle est, par contre, mal parenthésée :

- si dans le parcours, on trouve une parenthèse fermante, alors que la pile est vide ;
- ou si, à la fin du parcours, la pile n'est pas vide.

Compléter le code de la fonction `bon_parenthesage` ci-dessous :

```
def bon_parenthesage(ch):
    """
    Renvoie un booléeb indiquant si la chaine ch est bien parenthesée
    """
    p = Pile()
    for c in ch:
        if c == ...:
            p.empiler(c)
        elif c == ...:
            if p.est_vide():
                ...
            else:
                ...
    return ...
```

Exemples :

```
>>> bon_parenthesage("((()())(()))")
True
>>> bon_parenthesage("())(()")
False
>>> bon_parenthesage("(())(()")
False
```

Sujet 4

Thèmes des sujets

Exercice 1 Programmer une fonction `recherche`, prenant en paramètre un tableau non vide `tab` (de type `list`) d'entiers et un entier `n`, et qui renvoie l'indice de la dernière occurrence de l'élément cherché. Si l'élément n'est pas présent, la fonction renvoie `None`.

```
>>> recherche([5, 3], 1) # renvoie None
>>> recherche([2, 4], 2)
0
>>> recherche([2, 3, 5, 2, 4], 2)
3
```

Exercice 2 On souhaite programmer une fonction indiquant le point le plus proche d'un point de départ dans un tableau de points. Les points sont tous à coordonnées entières et sont donnés sous la forme d'un tuple de deux entiers. Le tableau des points à traiter est donc un tableau de tuples.
On rappelle que la distance d entre deux points du plan de coordonnées $(x; y)$ et $(x'; y')$ est donnée par la formule :

$$d^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2.$$

Compléter le code des fonctions `distance_carre` et `point_le_plus_proche` fournies ci-dessous pour qu'elles répondent à leurs spécifications.

```
def distance_carre(point1, point2):
    """ Calcule et renvoie la distance au carre entre
    deux points."""
    return (...)**2 + (...)**2

def point_le_plus_proche(depart, tab):
    """ Renvoie les coordonnées du premier point du tableau tab se
    trouvant à la plus courte distance du point depart."""
    min_point = tab[0]
    min_dist = ...
    for i in range(1, len(tab)):
        if distance_carre(tab[i], depart) < ...:
            min_point = ...
            min_dist = ...
    return min_point
```

Exemples :

```
>>> distance_carre((1, 0), (5, 3))
25
>>> distance_carre((1, 0), (0, 1))
2
>>> point_le_plus_proche((0,0), [(7, 9), (2, 5), (5, 2)])
(2, 5)
>>> point_le_plus_proche((5, 2), [(7, 9), (2, 5), (5, 2)])
(5, 2)
```

Sujet 5

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `max_et_indice` qui prend en paramètre un tableau non vide `tab` (type `list`) de nombres entiers et qui renvoie la valeur du plus grand élément de cette liste ainsi que l'indice de sa première apparition dans ce tableau.

L'utilisation de la fonction native `max` n'est pas autorisée.

Exemples :

```
>>> max_et_indice([1, 5, 6, 9, 1, 2, 3, 7, 9, 8])
(9, 3)
>>> max_et_indice([-2])
(-2, 0)
>>> max_et_indice([-1, -1, 3, 3, 3])
(3, 2)
>>> max_et_indice([1, 1, 1, 1])
(1, 0)
```

Exercice 2 L'ordre des gènes sur un chromosome est représenté par un tableau `ordre` de `n` cases d'entiers distincts deux à deux et compris entre `1` et `n`.

Par exemple, `ordre = [5, 4, 3, 6, 7, 2, 1, 8, 9]` dans le cas `n = 9`.

On dit qu'il y a un point de rupture dans `ordre` dans chacune des situations suivantes :

- la première valeur de `ordre` n'est pas `1` ;
- l'écart entre deux gènes consécutifs n'est pas égal à `1` ;
- la dernière valeur de `ordre` n'est pas `n`.

Par exemple, si `ordre = [5, 4, 3, 6, 7, 2, 1, 8, 9]` avec `n = 9`, on a

- un point de rupture au début car `5` est différent de `1` ;
- un point de rupture entre `3` et `6` (l'écart est de `3`) ;
- un point de rupture entre `7` et `2` (l'écart est de `5`) ;
- un point de rupture entre `1` et `8` (l'écart est de `7`).

Il y a donc quatre points de rupture.

Compléter les fonctions Python `est_un_ordre` et `nombre_points_rupture` proposées ci-dessous pour que :

- la fonction `est_un_ordre` renvoie `True` si le tableau passé en paramètre représente bien un ordre de gènes de chromosome et `False` sinon ;
- la fonction `nombre_points_rupture` renvoie le nombre de points de rupture d'un tableau passé en paramètre représentant l'ordre de gènes d'un chromosome.

```
def est_un_ordre(tab):
    '''
    Renvoie True si tab est de longueur n et contient tous les
    entiers de 1 à n, False sinon
    '''
    n = len(tab)
    # les entiers vus lors du parcours
    vus = ...

    for x in tab:
        if x < ... or x >... or ...:
            return False
        ... .append(...)
    return True

def nombre_points_rupture(ordre):
    '''
    Renvoie le nombre de point de rupture de ordre qui représente
    un ordre de gènes de chromosome
    '''
    # on vérifie que ordre est un ordre de gènes
    assert ...
    n = len(ordre)
    nb = 0
    if ordre[...] != 1: # le premier n'est pas 1
        nb = nb + 1
    i = 0
    while i < ...:
        if ... not in [-1, 1]: # l'écart n'est pas 1
            nb = nb + 1
        i = i + 1
    if ordre[i] != ...: # le dernier n'est pas n
        nb = nb + 1
    return nb
```

Exemples :

```
>>> est_un_ordre([1, 6, 2, 8, 3, 7])
False
>>> est_un_ordre([5, 4, 3, 6, 7, 2, 1, 8, 9])
True
>>> nombre_points_rupture([5, 4, 3, 6, 7, 2, 1, 8, 9])
4
>>> nombre_points_rupture([1, 2, 3, 4, 5])
0
>>> nombre_points_rupture([1, 6, 2, 8, 3, 7, 4, 5])
7
>>> nombre_points_rupture([2, 1, 3, 4])
2
```

Sujet 6

Thèmes des sujets

Exercice 1 Programmer la fonction `verifie` qui prend en paramètre un tableau de valeurs numériques et qui renvoie `True` si ce tableau est trié dans l'ordre croissant, `False` sinon. Un tableau vide est considéré comme trié.

Exemples :

```
>>> verifie([0, 5, 8, 8, 9])
True
>>> verifie([8, 12, 4])
False
>>> verifie([-1, 4])
True
>>> verifie([])
True
>>> verifie([5])
True
```

Exercice 2 On considère dans cet exercice l'élection d'un vainqueur à l'issue d'un vote. Les résultats du vote sont stockés dans un tableau : chaque vote exprimé est le nom d'un ou d'une candidate. Par exemple, les résultats pourraient correspondre au tableau :

```
Urne = ['A', 'A', 'A', 'B', 'C', 'B', 'C', 'B', 'C', 'B']
```

indiquant que trois candidats ont obtenus au moins un vote chacun : `'A'`, `'B'` et `'C'`.

On cherche à déterminer le ou les candidats ayant obtenu le plus de suffrages. Pour cela, on propose d'écrire deux fonctions :

- la fonction `depouille` doit permettre de compter le nombre de votes exprimés pour chacune des issues. Elle prend en paramètre un tableau et renvoie le résultat dans un dictionnaire dont les clés sont les noms des issues et les valeurs le nombre de votes en leur faveur ;
- la fonction `vainqueurs` doit désigner le nom du ou des gagnants. Elle prend en paramètre un dictionnaire non vide dont la structure est celle du dictionnaire renvoyé par la fonction `depouille` et renvoie un tableau. Ce tableau peut donc contenir plusieurs éléments s'il y a des ex-aequo.

Compléter les fonctions `depouille` et `vainqueurs` ci-dessous pour qu'elles renvoient les résultats attendus.

```
def depouille(urne):
    '''prend en paramètre une liste de suffrages et renvoie un
    dictionnaire avec le nombre de voix pour chaque candidat'''
    resultat = ...
    for bulletin in urne:
        if ...:
            resultat[bulletin] = resultat[bulletin] + 1
        else:
            ...
    return resultat

def vainqueurs(election):
    '''prend en paramètre un dictionnaire non vide avec le nombre de voix
    pour chaque candidat et renvoie la liste des vainqueurs'''
    nmax = 0
    for candidat in election:
        if ... > ... :
            nmax = ...
    liste_finale = [ nom for nom in election if ... ]
    return ...
```

Exemples d'utilisation :

```
>>> depouille([ 'A', 'B', 'A' ])
{'A': 2, 'B': 1}
>>> depouille([])
{}
>>> election = depouille(['A', 'A', 'A', 'B', 'C', 'B', 'C', 'B', 'C', 'B'])
>>> election
{'A': 3, 'B': 4, 'C': 3}
>>> vainqueurs(election)
['B']
>>> vainqueurs({ 'A' : 2, 'B' : 2, 'C' : 1})
['A', 'B']
```

Sujet 7

Thèmes des sujets

Exercice 1 On considère dans cet exercice une représentation binaire d'un entier non signé en tant que tableau de booléens. Si

```
tab = [True, False, True, False, False, True, True]
```

est un tel tableau, alors l'entier qu'il représente est $2^6 + 2^4 + 2^1 + 2^0 = 83$. Cette représentation consistant à placer en premier le booléen indiquant la puissance la plus élevée de 2 est dite *big-endian* ou *grand-boutiste*.

Écrire une fonction `gb_vers_entier` qui prend en paramètre un tel tableau et renvoie l'entier qu'il représente. **Exemples :**

```
>>> gb_vers_entier([])
0
>>> gb_vers_entier([True])
1
>>> gb_vers_entier([True, False, True, False, False, True, True])
83
>>> gb_vers_entier([True, False, False, False, False, False, True, False])
130
```

Exercice 2 La fonction `tri_insertion` suivante prend en argument un tableau `tab` (type `list`) et trie ce tableau en utilisant la méthode du tri par insertion. Compléter cette fonction pour qu'elle réponde à la spécification demandée.

On rappelle le principe du tri par insertion : on considère les éléments à trier un par un, le premier élément constituant, à lui tout seul, un tableau trié de longueur 1. On range ensuite le second élément pour constituer un tableau trié de longueur 2, puis on range le troisième élément pour avoir un tableau trié de longueur 3 et ainsi de suite, ... A chaque étape, le premier élément du sous-tableau non trié est placé dans le sous-tableau des éléments déjà triés de sorte que ce sous-tableau demeure trié.
Le principe du tri par insertion est donc d'insérer à la $n^{\text{ème}}$ itération, le $n^{\text{ème}}$ élément à la bonne place.

```
def tri_insertion(tab):
    '''Trie le tableau tab par ordre croissant
    en appliquant l'algorithme de tri par insertion'''
    n = len(tab)
    for i in range(1, n):
        valeur_insertion = ...
        # la variable j sert à déterminer
        # où placer la valeur à ranger
        j = ...
        # tant qu'on n'a pas trouvé la place de l'élément à
        # insérer on décale les valeurs du tableau vers la droite
        while j > ... and valeur_insertion < tab[...]:
            tab[j] = tab[j-1]
            j = ...
        tab[j] = ...
```

Exemple :

```
>>> tab = [98, 12, 104, 23, 131, 9]
>>> tri_insertion(tab)
>>> tab
[9, 12, 23, 98, 104, 131]
```

Sujet 8

Thèmes des sujets

Exercice 1 Le codage par différence (*delta encoding* en anglais) permet de compresser un tableau de données en indiquant pour chaque donnée, sa différence avec la précédente (plutôt que la donnée elle-même). On se retrouve alors avec un tableau de données assez petites nécessitant moins de place en mémoire. Cette méthode se révèle efficace lorsque les valeurs consécutives sont proches.

Programmer une fonction `delta` qui prend en paramètre un tableau non vide de nombres entiers et qui renvoie un tableau contenant les valeurs entières compressées à l'aide cette technique.

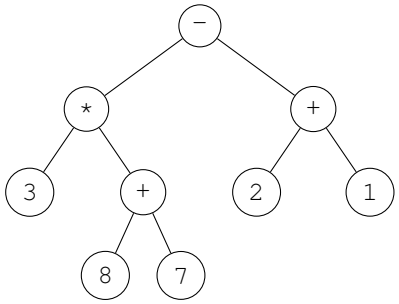
Exemples :

```
>>> delta([1000, 800, 802, 1000, 1003])
[1000, -200, 2, 198, 3]
>>> delta([42])
[42]
```

Exercice 2 Une expression arithmétique ne comportant que les quatre opérations $+$, $-$, $\times$ et $\div$ peut être représentée sous forme d'arbre binaire. Les nœuds internes sont des opérateurs et les feuilles sont des nombres. Dans un tel arbre, la disposition des nœuds joue le rôle des parenthèses que nous connaissons bien.

En parcourant en profondeur infixe l'arbre binaire ci-contre, on retrouve l'expression notée habituellement :

$$3 \times (8 + 7) - (2 + 1).$$



La classe `Expr` ci-après permet d'implémenter une structure d'arbre binaire pour représenter de telles expressions.
Compléter la méthode récursive `infixe` qui renvoie une chaîne de caractères contenant des parenthèses représentant l'expression arithmétique sur laquelle on l'applique.

Résultat attendu avec l'arbre ci-dessus :

```
>>> a = Expr(Expr(None, 1, None), '+', Expr(None, 2, None))
>>> a.infixe()
'(1+2)'
>>> b = Expr(Expr(Expr(None, 1, None), '+', Expr(None, 2, None)),
'*', Expr(Expr(None, 3, None), '+', Expr(None, 4, None)))
>>> b.infixe()
'((1+2)*(3+4))'
>>> e = Expr(Expr(Expr(None, 3, None), '*', Expr(Expr(None, 8, None),
'+', Expr(None, 7, None))), '-', Expr(Expr(None, 2, None), '+', Expr(None, 1, None)))
>>> e.infixe()
'((3*(8+7))-(2+1))'
```

```
class Expr:
    """Classe implémentant un arbre d'expression."""

    def __init__(self, g, v, d):
        """un objet Expr possède 3 attributs :
        - gauche : la sous-expression gauche ;
        - valeur : la valeur de l'étiquette, opérande ou nombre ;
        - droite : la sous-expression droite."""
        self.gauche = g
        self.valeur = v
        self.droite = d

    def est_une_feuille(self):
        """renvoie True si et seulement
        si le noeud est une feuille"""
        return self.gauche is None and self.droite is None

    def infixe(self):
        """renvoie la représentation infixe de l'expression en
        chaine de caractères"""
        s = ...
        if self.gauche is not None:
            s = '(' + s + ... .infixe()
        s = s + ...
        if ... is not None:
            s = s + ... + ...
        return s
```

Sujet 9

Thèmes des sujets

Exercice 1 On veut trier par ordre croissant les notes d'une évaluation qui sont des nombres entiers compris entre 0 et 10 (inclus).

Ces notes sont contenues dans un tableau `notes_eval`.

Ecrire une fonction `effectif_notes` prenant en paramètre le tableau `notes_eval` et renvoyant un tableau de longueur 11 telle que la valeur d'indice `i` soit le nombre de notes valant `i` dans le tableau `notes_eval`.

Ecrire ensuite une fonction `notes_triees` prenant en paramètre le tablea des effectifs des notes et renvoyant un tableau contenant les mêmes valeurs que `notes_eval`, mais triées dans l'ordre croissant.

Exemple :

```
>>> notes_eval
[2, 0, 5, 9, 6, 9, 10, 5, 7, 9, 9, 5, 0, 9, 6, 5, 4]
>>> eff = effectif_notes(notes_eval)
>>> eff
[2, 0, 1, 0, 1, 4, 2, 1, 0, 5, 1]
>>> notes_triees(eff)
[0, 0, 2, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 9, 9, 9, 9, 9, 10]
```

Exercice 2 L'objectif de cet exercice est d'écrire deux fonctions récursives `dec_to_bin` et `bin_to_dec` assurant respectivement la conversion de l'écriture décimale d'un nombre entier vers son écriture en binaire et, réciproquement, la conversion de l'écriture en binaire d'un nombre vers son écriture décimale.

Dans cet exercice, on s'interdit l'usage des fonctions Python `bin` et `int`.

On rappelle sur l'exemple ci-dessous une façon d'obtenir l'écriture en binaire du nombre 25 :

$$\begin{aligned} 25 &= 1 + 2 \times 12 \\ &= 1 + 2(0 + 2 \times 6) \\ &= 1 + 2(0 + 2(0 + 2 \times 3)) \\ &= 1 + 2(0 + 2(0 + 2 \times (1 + 2 \times 1))) \\ &= 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 \end{aligned}$$

L'écriture en binaire de 25 est donc 11001.

0n rappelle également que :

- `a // 2` renvoie le quotient de la division euclidienne de `a` par `2` ;
- `a % 2` renvoie le reste dans la division euclidienne de `a` par `2`.

On indique enfin qu'en Python si `mot = "informatique"` alors :

- `mot[-1]` renvoie `'e'`, c'est-à-dire le dernier caractère de la chaîne de caractères `mot` ;
- `mot[:-1]` renvoie `'informatiqu'` , c'est-à-dire l'ensemble de la chaîne de caractères `mot` privée de son dernier caractère.

Compléter, puis tester, les codes de deux fonctions situées à la page suivante.

On précise que la fonction récursive `dec_to_bin` prend en paramètre un nombre entier et renvoie une chaîne de caractères contenant l'écriture en binaire du nombre passé en paramètre.

Exemple :

```
>>> dec_to_bin(25)
'11001'
```

La fonction récursive `bin_to_dec` prend en paramètre une chaîne de caractères représentant l'écriture d'un nombre en binaire et renvoie l'écriture décimale de ce nombre.

Exemple :

```
>>> bin_to_dec('101010')
42
```

Code à compléter :

```
def dec_to_bin(nb_dec):
    q, r = nb_dec // 2, nb_dec % 2
    if q == ...:
        return ...
    else:
        return dec_to_bin(...) + ...

def bin_to_dec(nb_bin):
    if len(nb_bin) == 1:
        if ... == '0':
            return 0
        else:
            return ...
    else:
        if nb_bin[-1] == '0':
            bit_droit = 0
        else:
            ...
        return ... * bin_to_dec(nb_bin[:-1]) + ...
```

Sujet 10

Thèmes des sujets

Exercice 1 Dans cet exercice on cherche à calculer la moyenne pondérée d'un élève dans une matière donnée. Chaque note est associée à un coefficient qui la pondère.

Par exemple, si ses notes sont : 14 avec coefficient 3, 12 avec coefficient 1 et 16 avec coefficient 2, sa moyenne pondérée sera donnée par

$$\frac{14 \times 3 + 12 \times 1 + 16 \times 2}{3 + 1 + 2} = 14{,}333...$$

Ecrire une fonction `moyenne`

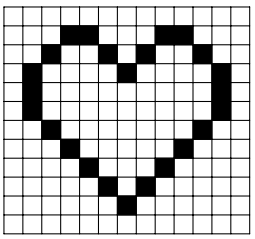
- qui prend en paramètre une liste `notes` non vide de tuples à deux éléments entiers de la forme `(note, coefficient)` (`int` ou `float`) positifs ou nuls ;
- et qui renvoie la moyenne pondérée des notes de la liste sous forme de flottant si la somme des coefficients est non nulle, `None` sinon.

Exemples :

```
>>> moyenne([(8, 2), (12, 0), (13.5, 1), (5, 0.5)])
9.142857142857142
>>> moyenne([(3, 0), (5, 0)])
None
```

Exercice 2 On travaille sur des dessins en noir et blanc obtenus à partir de pixels noirs et blancs.

La figure « coeur » ci-contre va servir d'exemple.



On la représente par une grille de nombres, c'est-à-dire par une liste composée de sous-listes de mêmes longueurs.

Chaque sous-liste représentera donc une ligne du dessin.

Dans le code ci-dessous, la fonction `affiche` permet d'afficher le dessin. Les pixels noirs (`1` dans la grille) seront représentés par le caractère `'*'` et les blancs (`0` dans la grille) par deux espaces. La fonction `liste_zoom` prend en argument une liste `liste_depart` non vide et un entier `k`. Elle renvoie une liste où chaque élément de `liste_depart` est dupliqué `k` fois. La fonction `dessin_zoom` prend en argument une grille `grille` et renvoie une nouvelle grille où toutes les lignes de `grille` sont zoomées `k` fois et répétées `k` fois.
Compléter les fonctions `liste_zoom` et `dessin_zoom` du code suivant :

```
coeur = [[0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0],
         [0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0],
         [0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0],
         [0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0],
         [0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0],
         [0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0],
         [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0],
         [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0]]

def affiche(dessin):
    ''' affichage d'une grille : les 1 sont représentés par
        des "*" , les 0 par un espace " " '''
    for ligne in dessin:
        affichage = ''
        for col in ligne:
            if col == 1:
                affichage = affichage + "*"
            else:
                affichage = affichage + " "
        print(affichage)


def liste_zoom(liste_depart,k):
    '''renvoie une liste contenant k fois chaque élément de
       liste_depart'''
    liste_zoomee = ...
    for elt in ... :
        for i in range(k):
            ...
    return liste_zoomee

def dessin_zoom(grille,k):
    '''renvoie une grille où les lignes sont zoomées k fois
       ET répétées k fois'''
    grille_zoomee=[]
    for ligne in grille:
        ligne_zoomee = ...
        for i in range(k):
            ... .append(...)
    return grille_zoomee
```

Résultats à obtenir :

```
>>> affiche(coeur)

      **       **
    *    *   *    *
  *         *         *
  *                    *
  *                    *
    *                *
      *            *
        *        *
          *    *
            *

>>> affiche(dessin_zoom(coeur,3))

                  ******                  ******
                  ******                  ******
                  ******                  ******
            ***             ***       ***             ***
            ***             ***       ***             ***
            ***             ***       ***             ***
      ***                         ***                         ***
      ***                         ***                         ***
      ***                         ***                         ***
      ***                                                        ***
      ***                                                        ***
      ***                                                        ***
      ***                                                        ***
      ***                                                        ***
      ***                                                        ***
            ***                                             ***
            ***                                             ***
            ***                                             ***
                  ***                               ***
                  ***                               ***
                  ***                               ***
                        ***                   ***
                        ***                   ***
                        ***                   ***
                              ***       ***
                              ***       ***
                              ***       ***
                                    ***
                                    ***
                                    ***


>>> liste_zoom([1,2,3],3)
[1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3]
```

Sujet 11

Thèmes des sujets

Exercice 1 Pour cet exercice :

- ⋆ on appelle « mot » une chaîne de caractères composée avec des caractères choisis parmi les 26 lettres minuscules ou majuscules de l'alphabet ;
- ⋆ on appelle « phrase » une chaîne de caractères :
  - composée avec un ou plusieurs « mots » séparés entre eux par un seul caractère espace `' '`,
  - se finissant :
    - — soit par un point `'.'` qui est alors collé au dernier mot,
    - — soit par un point d'exclamation `'!'` ou d'interrogation `'?'` qui est alors séparé du dernier mot par un seul caractère espace `' '`.

Voici deux exemples de phrases :

- ⋆ `'Cet exercice est simple.'`
- ⋆ `'Le point d exclamation est separe !'`

Après avoir remarqué le lien entre le nombre de mots et le nombres de caractères espace dans une phrase, programmer une fonction `nombre_de_mots` qui prend en paramètre une phrase et renvoie le nombre de mots présents dans cette phrase.

Exemples :

```
>>> nombre_de_mots('Cet exercice est simple.')
4
>>> nombre_de_mots('Le point d exclamation est separe !')
6
>>> nombre_de_mots('Combien de mots y a t il dans cette phrase ?')
10
>>> nombre_de_mots('Fin.')
1
```

Exercice 2 Un arbre binaire de recherche est soit vide, représenté en Python par la valeur `None`, soit un nœud, contenant une étiquette et deux sous-arbres gauche et droit et représenté par une instance de la classe `Noeud` donnée ci-dessous.

On considère ici que les étiquettes des nœuds sont des entiers et que les arbres binaires de recherche considérés ne contiennent pas de doublons.

```
class Noeud:
    def __init__(self, etiquette):
        '''Méthode constructeur pour la classe Noeud.
        Crée une feuille d'étiquette donnée.'''
        self.etiquette = etiquette
        self.gauche = None
        self.droit = None

    def inserer(self, cle):
        '''Insère la clé dans l'arbre binaire de recherche
        en préservant sa structure.'''
        if cle < self.etiquette:
            if self.gauche != None:
                ...
            else:
                self.gauche = ...
        else:
            ...
                ...
            else:
                ... = Noeud(cle)
```

Compléter la méthode récursive `inserer` afin qu'elle permette d'insérer une clé dans l'arbre binaire de recherche non vide sur lequel on l'appelle.

Voici un exemple d'utilisation :

```
>>> arbre = Noeud(7)
>>> for cle in (3, 9, 1, 6):
        arbre.inserer(cle)
>>> arbre.gauche.etiquette
3
>>> arbre.droit.etiquette
9
>>> arbre.gauche.gauche.etiquette
1
>>> arbre.gauche.droit.etiquette
6
```

Sujet 12

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `tri_selection` qui prend en paramètre un tableau `tab` non vide de nombres entiers et qui le modifie afin qu'il soit trié par ordre croissant.

On utilisera l'algorithme suivant :

- on recherche le plus petit élément du tableau, en le parcourant du rang 0 au dernier rang, et on l'échange avec l'élément d'indice `0` ;
- on recherche ensuite le plus petit élément du tableau restreint du rang 1 au dernier rang, et on l'échange avec l'élément d'indice `1` ;
- on continue de cette façon jusqu'à ce que le tableau soit entièrement trié.

Exemple :

```
>>> tab = [1, 52, 6, -9, 12]
>>> tri_selection(tab)
>>> tab
[-9, 1, 6, 12, 52]
```

Exercice 2 Le jeu du « plus ou moins » consiste à deviner un nombre entier choisi entre 1 et 99. Une élève de NSI décide de le coder en langage Python de la manière suivante :

- le programme génère un nombre entier aléatoire compris entre 1 et 99 ;
- si la proposition de l'utilisatrice est plus petite que le nombre cherché, l'utilisateur en est averti. Elle peut alors en tester un autre ;
- si la proposition de l'utilisatrice est plus grande que le nombre cherché, l'utilisateur en est averti. Elle peut alors en tester un autre ;
- si l'utilisatrice trouve le bon nombre en 10 essais ou moins, elle gagne ;
- si l'utilisatrice a fait plus de 10 essais sans trouver le bon nombre, elle perd.

La fonction `randint` du module `random` est utilisée. Si `a` et `b` sont des entiers tels que `a <= b`, `randint(a,b)` renvoie un nombre entier compris entre `a` et `b` inclus.

Compléter le code ci-dessous et le tester :

```
from random import randint

def plus_ou_moins():
    nb_mystere = randint(1, ...)
    nb_test = int(input("Proposez un nombre entre 1 et 99 : "))
    compteur = ...

    while nb_mystere != ... and compteur < ...:
        compteur = compteur + 1
        if nb_mystere ... nb_test:
            nb_test = int(input("Trop petit ! Testez encore : "))
        else:
            nb_test = int(input("Trop grand ! Testez encore : "))

    if nb_mystere == nb_test:
        print ("Bravo ! Le nombre était ", ...)
        print("Nombre d'essais: ", ...)
    else:
        print ("Perdu ! Le nombre était ", ...)
```

Sujet 13

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `recherche` qui prend en paramètres `elt` un nombre entier et `tab` un tableau de nombres entiers (type `list`), et qui renvoie l'indice de la première occurrence de `elt` dans `tab` si `elt` est dans `tab` et `None` sinon.

L'objectif de cet exercice est de parcourir un tableau, il est interdit d'utiliser la méthode `index` des listes Python.

Exemples :

```
>>> recherche(1, [2, 3, 4]) # renvoie None
>>> recherche(1, [10, 12, 1, 56])
2
>>> recherche(50, [1, 50, 1])
1
>>> recherche(15, [8, 9, 10, 15])
3
```

Exercice 2 On considère la fonction `insere` ci-dessous qui prend en argument un tableau `tab` d'entiers triés par ordre croissant et un entier `a`. Cette fonction crée et renvoie un nouveau tableau `tab` d'entiers triés par ordre croissant.

Cette fonction crée et renvoie un nouveau tableau à partir de celui fourni en paramètre en y insérant la valeur `a` de sorte que le tableau renvoyé soit encore trié par ordre croissant. Les tableaux seront représentés sous la forme de listes Python.

```
def insere(tab, a):
    """
    Insère l'élément a (int) dans le tableau tab (list)
    trié par ordre croissant à sa place et renvoie le
    nouveau tableau.
    """
    tab_a = [ a ] + tab # nouveau tableau contenant a
                        # suivi des éléments de tab
    i = 0
    while i < ... and a > ...:
        tab_a[i] = ...
        tab_a[i+1] = a
        i = ...
    return tab_a
```

Compléter la fonction `insere` ci-dessus.

Exemples :

```
>>> insere([1, 2, 4, 5], 3)
[1, 2, 3, 4, 5]
>>> insere([1, 2, 7, 12, 14, 25], 30)
[1, 2, 7, 12, 14, 25, 30]
>>> insere([2, 3, 4], 1)
[1, 2, 3, 4]
>>> insere([], 1)
[1]
```

Sujet 14

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `min_et_max` qui prend en paramètre un tableau de nombres non vide `tab`, et qui renvoie la plus petite et la plus grande valeur du tableau sous la forme d'un dictionnaire à deux clés `'min'` et `'max'`. Les tableaux seront représentés sous forme de liste Python.

L'utilisation des fonctions natives `min`, `max` et `sorted`, ainsi que la méthode `sort` n'est pas autorisée.

Exemples :

```
>>> min_et_max([0, 1, 4, 2, -2, 9, 3, 1, 7, 1])
{'min': -2, 'max': 9}
>>> min_et_max([0, 1, 2, 3])
{'min': 0, 'max': 3}
>>> min_et_max([3])
{'min': 3, 'max': 3}
>>> min_et_max([1, 3, 2, 1, 3])
{'min': 1, 'max': 3}
>>> min_et_max([-1, -1, -1, -1, -1])
{'min': -1, 'max': -1}
```

Exercice 2 On dispose d'une classe `Carte` permettant de créer des objets modélisant des cartes à jouer.

Compléter la classe `Paquet_de_cartes` suivante en respectant les spécifications données dans les chaînes de documentation.

Ajouter une assertion dans la méthode `recuperer_carte` afin de vérifier que le paramètre `pos` est correct.

On rappelle que l'instruction

```
assert condition, message
```

permet de vérifier que la condition est vraie. Si ce n'est pas le cas, le programme s'arrête et affiche le message d'erreur fourni.

```
class Carte:
    def __init__(self, c, v):
        """Initialise les attributs couleur (entre 1 et 4),
        et valeur (entre 1 et 13). """
        self.couleur = c
        self.valeur = v

    def recuperer_valeur(self):
        """ Renvoie la valeur de la carte :
        As, 2, ..., 10, Valet, Dame, Roi """
        valeurs = ['As','2', '3', '4', '5', '6', '7', '8',
                   '9', '10', 'Valet', 'Dame', 'Roi']
        return valeurs[self.valeur - 1]

    def recuperer_couleur(self):
        """ Renvoie la couleur de la carte
        (parmi pique, coeur, carreau, trèfle). """
        couleurs = ['pique', 'coeur', 'carreau', 'trèfle']
        return couleurs[self.couleur - 1]

class Paquet_de_cartes:
    def __init__(self):
        """ Initialise l'attribut contenu avec une liste des 52
        objets Carte possibles rangés par valeurs croissantes en
        commençant par pique, puis cur, carreau et trèfle. """
        ...
        ...
            ...
                ...

    def recuperer_carte(self, pos):
        """ Renvoie la carte qui se trouve à la position pos
        (entier compris entre 0 et 51). """
        ...
        ...
```

Exemple :

```
>>> jeu = Paquet_de_cartes()
>>> carte1 = jeu.recuperer_carte(20)
>>> carte1.recuperer_valeur() + " de " + carte1.recuperer_couleur()
"8 de coeur"
>>> carte2 = jeu.recuperer_carte(0)
>>> carte2.recuperer_valeur() + " de " + carte2.recuperer_couleur()
"As de pique"
>>> carte3 = jeu.recuperer_carte(52)
AssertionError : paramètre pos invalide
```

Sujet 15

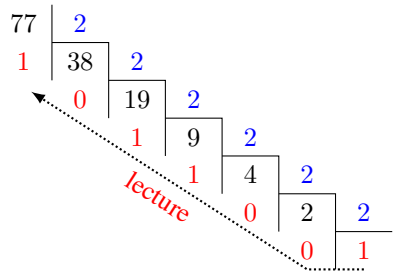
Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `moyenne` qui prend en paramètre un tableau non vide de nombres flottants et qui renvoie la moyenne des valeurs du tableau. Les tableaux seront représentés sous forme de liste Python.

Exemples :

```
>>> moyenne([1.0])
1.0
>>> moyenne([1.0, 2.0, 4.0])
2.3333333333333335
```

Exercice 2 On considère la fonction `binaire` ci-dessous qui prend en paramètre un entier positif `a` en écriture décimale. Cette fonction renvoie l'écriture binaire de `a` sous la forme d'une chaîne de caractères.
L'algorithme utilise la méthode des divisions euclidiennes successives comme l'illustre l'exemple ci-dessous :



Ainsi, 77 s'écrit 1011001 en binaire.

Compléter le code de la fonction `binaire` ci-dessous :

```
def binaire(a):
    '''convertit un nombre entier a en sa representation
    binaire sous forme de chaine de caractères.'''
    if a == 0:
        return ...
    bin_a = ...
    while ... :
        bin_a = ... + bin_a
        a = ...
    return bin_a
```

Exemples :

```
>>> binaire(83)
'1010011'
>>> binaire(127)
'1111111'
>>> binaire(0)
'0'
```

Sujet 16

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `ecriture_binaire_entier_positif` qui prend en paramètre un entier positif `n` et renvoie une chaîne de caractères correspondant à l'écriture binaire de `n`.

On rappelle que :

- l'écriture binaire de 25 est 11001 car $25 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$;
- `n % 2` vaut `0` ou `1` selon que `n` est pair ou impair ;
- `n // 2` donne le quotient de la division euclidienne de `n` par `2`.

Il est interdit dans cet exercice d'utiliser la fonction `bin` de Python.

Exemples :

```
>>> 5 % 2
1
>>> 5 // 2
2
>>> ecriture_binaire_entier_positif(0)
'0'
>>> ecriture_binaire_entier_positif(2)
'10'
>>> ecriture_binaire_entier_positif(105)
'1101001'
```

Exercice 2 La fonction `tri_bulles` prend en paramètre un tableau `tab` d'entiers (type `list`) et le modifie pour le trier par ordre croissant.

Le tri à bulles est un tri en place qui commence par placer le plus grand élément en dernière position en parcourant le tableau de gauche à droite et en échangeant au passage les éléments voisins mal ordonnés (si la valeur de l'élément d'indice `i` a une valeur strictement supérieure à celle de l'indice `i + 1`, ils sont échangés). Le tri place ensuite en avant-dernière position le plus grand élément du tableau privé de son dernier élément en procédant encore à des échanges d'éléments voisins. Ce principe est répété jusqu'à placer le minimum en première position.

Exemple : pour trier le tableau `[7, 9, 4, 3]` :

- première étape : `7` et `9` ne sont pas échangés, puis `9` et `4` sont échangés, puis `9` et `3` sont échangés, le tableau est alors `[7, 4, 3, 9]` ;
- deuxième étape : `7` et `4` sont échangés, puis `7` et `3` sont échangés, le tableau est alors `[4, 3, 7, 9]` ;
- troisième étape : `4` et `3` sont échangés, le tableau est alors `[3, 4, 7, 9]`

Compléter le code Python ci-dessous qui implémente la fonction `tri_bulles` :

```
def echange(tab, i, j):
    '''Echange les éléments d'indice i et j dans le tableau tab.'''
    temp = ...
    tab[i] = ...
    tab[j] = ...

def tri_bulles(tab):
    '''Trie le tableau tab dans l'ordre croissant
    par la méthode du tri à bulles.'''
    n = len(tab)
    for i in range(...):
        for j in range(...):
            if ... > ...:
                echange(tab, j, ...)
```

Exemples :

```
>>> tab = []
>>> tri_bulles(tab)
>>> tab
[]
>>> tab2 = [9, 3, 7, 2, 3, 1, 6]
>>> tri_bulles(tab2)
>>> tab2
[1, 2, 3, 3, 6, 7, 9]
>>> tab3 = [9, 7, 4, 3]
>>> tri_bulles(tab3)
>>> tab3
[3, 4, 7, 9]
```

Sujet 17

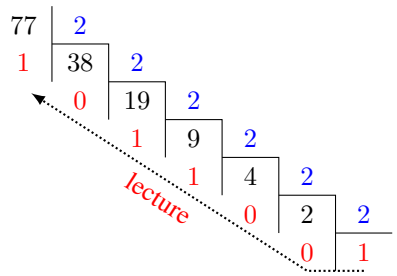
Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction Python appelée `nb_repetitions` qui prend en paramètres un élément `elt` et un tableau `tab` (type `list`) d'éléments du même type et qui renvoie le nombre de fois où l'élément `elt` apparaît dans la liste.

Exemples :

```
>>> nb_repetitions(5, [2, 5, 3, 5, 6, 9, 5])
3
>>> nb_repetitions('A', ['B', 'A', 'B', 'A', 'R'])
2
>>> nb_repetitions(12, [1, '! ', 7, 21, 36, 44])
0
```

Exercice 2 Pour rappel, la conversion d'un nombre entier positif en binaire peut s'effectuer à l'aide des divisions successives comme illustré ici :



Voici une fonction Python basée sur la méthode des divisions successives permettant de convertir un nombre entier positif en binaire :

```
def binaire(a):
    '''convertit un nombre entier a en sa representation
    binaire sous forme de chaine de caractères.'''
    if a == 0:
        return '0'
    bin_a = ...
    while ...:
        bin_a = ... + bin_a
        a = ...
    return bin_a
```

Compléter la fonction `binaire`.

Exemples :

```
>>> binaire(0)
'0'
>>> binaire(77)
'1001101'
```

Sujet 18

Thèmes des sujets

Exercice 1 Programmer une fonction `multiplication` qui prend en paramètres deux nombres entiers relatifs `n1` et `n2`, et qui renvoie le produit de ces deux nombres. Les seules opérations autorisées sont l'addition et la soustraction.

Exemples :

```
>>> multiplication(3, 5)
15
>>> multiplication(-4, -8)
32
>>> multiplication(-2, 6)
-12
>>> multiplication(-2, 0)
0
```

Exercice 2 Soit `tab` un tableau non vide d'entiers triés dans l'ordre croissant et `n` un entier. La fonction `chercher` ci-dessous doit renvoyer un indice où la valeur `n` apparaît dans `tab` si cette valeur y figure, et `None` sinon. Les paramètres cette fonction sont :

- `tab` : le tableau dans lequel s'effectue la recherche ;
- `n` : l'entier à chercher dans le tableau ;
- `i` : l'indice de début de la partie du tableau où s'effectue la recherche ;
- `j` : l'indice de fin de la partie du tableau où s'effectue la recherche.

L'algorithme demandé est une recherche dichotomique récursive.

Recopier et compléter le code de la fonction `chercher` suivante :

```
def chercher(tab, x, i, j):
    '''Renvoie l'indice de x dans tab, si x est dans tab,
    None sinon.
    On suppose que tab est trié dans l'ordre croissant.'''
    if i > j:
        return None
    m = (i + j) // ...
    if ... < x:
        return chercher(tab, x, ... , ...)
    elif tab[m] > x:
        return chercher(tab, x, ... , ...)
    else:
        return ...
```

Exemples :

```
>>> chercher([1, 5, 6, 6, 9, 12], 7, 0, 10)
>>> chercher([1, 5, 6, 6, 9, 12], 7, 0, 5)
>>> chercher([1, 5, 6, 6, 9, 12], 9, 0, 5)
4
>>> chercher([1, 5, 6, 6, 9, 12], 6, 0, 5)
2
```

Sujet 19

Thèmes des sujets

Exercice 1 On rappelle que :

- le nombre a^n avec $n \geqslant 1$ est le nombre $a \times a \times ... \times a$, où le facteur a apparaît n fois ;
- en langage Python, l'instruction `t[-1]` permet d'accéder au dernier élément du tableau `t`.

Dans cet exercice, l'opérateur `**` et la fonction `pow` ne sont pas autorisés.

Programmer en langage Python une fonction `liste_puissances` qui prend en argument un nombre entier `a` et un entier strictement positif `n`, et qui renvoie la liste de ses puissances `[a^1, a^2, ... , a^n]`.

Programmer également une fonction `liste_puisssances_borne` qui prend en argument un nombre entier `a` supérieur ou égal à 2 et un entier `borne`, et qui renvoie la liste de ses puissances, à l'exclusion de a^0, strictement inférieures à `borne`.

Exemples :

```
>>> liste_puissances(3, 5)
[3, 9, 27, 81, 243]
>>> liste_puissances(-2, 4)
[-2, 4, -8, 16]
>>> liste_puissances_borne(2, 16)
[2, 4, 8]
>>> liste_puissances_borne(2, 17)
[2, 4, 8, 16]
>>> liste_puissances_borne(5, 5)
[]
```

Exercice 2 On affecte à chaque lettre de l'alphabet un code selon les tableaux ci-dessous :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Cette table de correspondance est stockée dans un dictionnaire dico où les clés sont les lettres de l'alphabet et les valeurs les codes correspondants :

```
dico = {"A": 1, "B": 2, "C": 3, "D": 4, "E": 5, "F": 6,
        "G": 7, "H": 8, "I": 9, "J": 10, "K": 11, "L": 12,
        "M": 13, "N": 14, "O": 15, "P": 16, "Q": 17,
        "R": 18, "S": 19, "T": 20, "U": 21, "V": 22,
        "W": 23, "X": 24, "Y": 25, "Z": 26}
```

Pour un mot donné, on détermine d'une part son code alphabétique concaténé, obtenu par la juxtaposition des codes de chacun de ses caractères, et d'autre part, son code additionné, qui est la somme des codes de chacun de ses caractères. Par ailleurs, on dit que ce mot est « parfait » si le code additionné divise le code concaténé. Par exemple :

- Pour le mot `'PAUL'`, le code concaténé est la chaîne `'1612112'`, soit l'entier 1 612 112. Son code additionné est l'entier $16 + 1 + 21 + 12 = 50$. Comme 50 ne divise pas 1 612 112, le mot `'PAUL'` n'est pas parfait.
- Pour le mot `'ALAIN'`, le code concaténé est la chaîne `'1121914'`, soit l'entier 1 121 914. Son code additionné est l'entier $1 + 12 + 1 + 9 + 14 = 37$. Comme 37 ne divise pas 1 121 914, le mot `'ALAIN'` est parfait.

Compléter la fonction `codes_parfait` ci-dessous qui prend comme argument une chaîne de caractères `mot` (en lettres majuscules) et qui renvoie le code alphabétique concaténé, le code additionné de `mot`, ainsi qu'un booléen qui indique si `mot` est parfait ou non.

On rappelle que pour tester si un entier `a` divise un entier `b`, on utilise l'opérateur modulo `a % b` qui renvoie le reste de la division euclidienne de `a` par `b`. Si `a % b` vaut `0`, alors `b` divise `a`.

```
dico = {"A": 1, "B": 2, "C": 3, "D": 4, "E": 5, "F": 6,
        "G": 7, "H": 8, "I": 9, "J": 10, "K": 11, "L": 12,
        "M": 13, "N": 14, "O": 15, "P": 16, "Q": 17,
        "R": 18, "S": 19, "T": 20, "U": 21, "V": 22,
        "W": 23, "X": 24, "Y": 25, "Z": 26}

def codes_parfait(mot):
    """Renvoie un triplet
    (code_additionne, code_concatene, mot_est_parfait) où :
    - code_additionne est la somme des codes des lettres du mot ;
    - code_concatene est le code des lettres du mot concaténées ;
    - mot_est_parfait est un booléen indiquant si le mot est parfait."""
    code_concatene = ""
    code_additionne = ...
    for c in mot:
        code_concatene = code_concatene + ...
        code_additionne = code_additionne + ...
    code_concatene = int(code_concatene)
    mot_est_parfait = ...
    return code_additionne, code_concatene, mot_est_parfait
```

Exemples :

```
>>> codes_parfait("PAUL")
(50, 1612112, False)
>>> codes_parfait("ALAIN")
(37, 1121914, True)
```

Sujet 20

Thèmes des sujets

Exercice 1 Dans cet exercice les tableaux sont représentés par des listes Python (type `list`).

Ecrire en python deux fonctions :

- `lancer` de paramètre `n`, un entier positif, qui renvoie un tableau de `n` entiers obtenus aléatoirement entre 1 et 6 (1 et 6 inclus) ;
- `paire_6` de paramètre `tab`, un tableau de `n` entiers entre 1 et 6 obtenus aléatoirement, qui renvoie un booléen égal à `True` si le nombre de 6 est supérieur ou égal à 2, `False` sinon.

On pourra utiliser la fonction `randint(a,b)` du module `random` pour laquelle la documentation officielle est la suivante :

```
Renvoie un entier aléatoire N tel que a <=N <= b
```

Exemples :

```
>>> lancer1 = lancer(5)
>>> lancer1
[5, 6, 6, 2, 2]
>>> paire_6(lancer1)
True
>>> lancer2 = lancer(5)
>>> lancer2
[6, 5, 1, 6, 6]
>>> paire_6(lancer2)
True
>>> lancer3 = lancer(3)
>>> lancer3
[2, 2, 6]
>>> paire_6(lancer3)
False
>>> lancer4 = lancer(0)
>>> lancer4
[]
>>> paire_6(lancer4)
False
```

Exercice 2 On considère une image en 256 niveaux de gris que l'on représente par une grille de nombres, c'est-à-dire une liste composée de sous-listes toutes de longueurs identiques.

La largeur de l'image est donc la longueur d'une sous-liste et la hauteur de l'image est le nombre de sous-listes.

Chaque sous-liste représente une ligne de l'image et chaque élément des sous-listes est un entier compris entre 0 et 255, représentant l'intensité lumineuse du pixel.

Le négatif d'une image est l'image constituée des pixels x_n tels que $x_n + x_i = 255$ où x_i est le pixel correspondant de l'image initiale.

Compléter le programme ci-dessous :

```
def nombre_lignes(image):
    '''renvoie le nombre de lignes de l'image'''
    return ...

def nombre_colonnes(image):
    '''renvoie la largeur de l'image'''
    return ...

def negatif(image):
    '''renvoie le negatif de l'image sous la forme
       d'une liste de listes'''
    # on cree une image de 0 aux memes dimensions
    # que le parametre image
    nouvelle_image = [[0 for k in range(nombre_colonnes(image))]
         for i in range(nombre_lignes(image))]

    for i in range(nombre_lignes(image)):
        for j in range(...):
            nouvelle_image[i][j] = ...
    return nouvelle_image

def binaire(image, seuil):
    '''renvoie une image binarisee de l'image sous la forme
       d'une liste de listes contenant des 0 si la valeur
       du pixel est strictement inferieure au seuil et 1 sinon'''
    nouvelle_image = [[0] * nombre_colonnes(image)
                      for i in range(nombre_lignes(image))]

    for i in range(nombre_lignes(image)):
        for j in range(...):
            if image[i][j] < ... :
                nouvelle_image[i][j] = ...
            else:
                nouvelle_image[i][j] = ...
    return nouvelle_image
```

Exemples :

```
>>> img=[[20, 34, 254, 145, 6], [23, 124, 237, 225, 69],
         [197, 174, 207, 25, 87], [255, 0, 24, 197, 189]]
>>> nombre_lignes(img)
4
>>> nombre_colonnes(img)
5
>>> negatif(img)
[[235, 221, 1, 110, 249], [232, 131, 18, 30, 186],
[58, 81, 48, 230, 168], [0, 255, 231, 58, 66]]
>>> binaire(img,120)
[[0, 0, 1, 1, 0],[0, 1, 1, 1, 0],[1, 1, 1, 0, 0],[1, 0, 0, 1, 1]]
```

Sujet 21

Thèmes des sujets

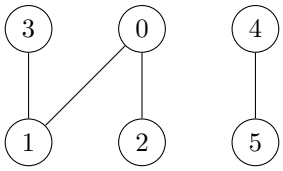
Exercice 1 Ecrire une fonction `recherche_motif` qui prend en paramètre une chaîne de caractères `motif` non vide et une chaîne de caractères `texte` et qui renvoie la liste des positions de `motif` dans texte. Si `motif` n'apparaît pas, la fonction renvoie une liste vide.

Exemples :

```
>>> recherche_motif("ab", "")
[]
>>> recherche_motif("ab", "cdcdcdcd")
[]
>>> recherche_motif("ab", "abracadabra")
[0, 7]
>>> recherche_motif("ab", "abracadabraab")
[0, 7, 11]
```

Exercice 2 Dans cet exercice, on considère un graphe non orienté représenté sous forme de listes d'adjacence. On suppose que les sommets sont numérotés de 0 à $n-1$.

Ainsi, le graphe suivant :



sera représenté par la liste d'adjacence suivante :

```
adj = [[1, 2], [0, 3], [0], [1], [5], [4]]
```

On souhaite déterminer les sommets accessibles depuis un sommet donné dans le graphe. Pour cela, on va procéder à un parcours en profondeur du graphe.

Compléter la fonction suivante.

```
def parcours(adj, x, acc):
    '''Réalise un parcours en profondeur récursif
    du graphe donné par les listes d'adjacence adj
    depuis le sommet x en accumulant les sommets
    rencontrés dans acc'''
    if x ...:
        acc.append(x)
        for y in ...:
            parcours(adj, ...)

def accessibles(adj, x):
    '''Renvoie la liste des sommets accessibles dans le
    graphe donné par les listes d'adjacence adj depuis
    le sommet x.'''
    acc = []
    parcours(adj, ...)
    return acc
```

Exemples :

```
>>> accessibles([[1, 2], [0], [0, 3], [1], [5], [4]], 0)
[0, 1, 2, 3]
>>> accessibles([[1, 2], [0], [0, 3], [1], [5], [4]], 4)
[4, 5]
```

Sujet 22

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `recherche_indices_classement` qui prend en paramètres un entier `elt` et un tableau d'entiers `tab` représenté par une liste Python, et qui renvoie trois listes Python d'entiers :

- la première liste contient les indices des valeurs du tableau `tab` strictement inférieures à `elt` ;
- la deuxième liste contient les indices des valeurs du tableau `tab` égales à `elt` ;
- la troisième liste contient les indices des valeurs du tableau `tab` strictement supérieures à `elt`.

Exemples :

```
>>> recherche_indices_classement(3, [1, 3, 4, 2, 4, 6, 3, 0])
([0, 3, 7], [1, 6], [2, 4, 5])
>>> recherche_indices_classement(3, [1, 4, 2, 4, 6, 0])
([0, 2, 5], [], [1, 3, 4])
>>>recherche_indices_classement(3, [1, 1, 1, 1])
([0, 1, 2, 3], [], [])
>>> recherche_indices_classement(3, [])
([], [], [])
```

Exercice 2 Une professeure de NSI décide de gérer les résultats de sa classe sous la forme d'un dictionnaire :

- les clefs sont les noms des élèves ;
- les valeurs sont des dictionnaires dont les clefs sont les types d'épreuves et les valeurs sont les notes obtenues associées à leurs coefficients.

On a le dictionnaire suivant :

```
resultats = {
    'Dupont': {
        'DS1': [15.5, 4],
        'DM1': [14.5, 1],
        'DS2': [13, 4],
        'PROJET1': [16, 3],
        'DS3': [14, 4]
    },
    'Durand': {
        'DS1': [6 , 4],
        'DS2': [8, 4],
        'PROJET1': [9, 3],
        'IE1': [7, 2],
        'DS3': [12, 4]
    }
}
```

L'élève dont le nom est `Durand` a ainsi obtenu au `DS2` la note de `8` avec un coefficient `4`.

La professeure crée une fonction `moyenne` qui prend en paramètre le nom d'un de ses élèves et renvoie sa moyenne arrondie au dixième. Si l'élève n'a pas de notes, on considère que sa moyenne est nulle. Si le nom donné n'est pas dans les résultats, la fonction renvoie `None`.

Compléter le code de la professeure ci-dessous :

```
def moyenne(nom, resultats):
    '''Renvoie la moyenne de l'élève nom, selon le dictionnaire
    resultats. Si nom n'est pas dans le dictionnaire,
    la fonction renvoie None.'''
    if nom in ...:
        notes = resultats[nom]
        if ...: # pas de notes
            return 0
        total_points = ...
        total_coefficients = ...
        for ... in notes.values():
            note, coefficient = valeurs
            total_points = total_points + ... * coefficient
            ... = ... + coefficient
        return round( ... / total_coefficients, 1 )
    else:
        return None
```

Exemples :

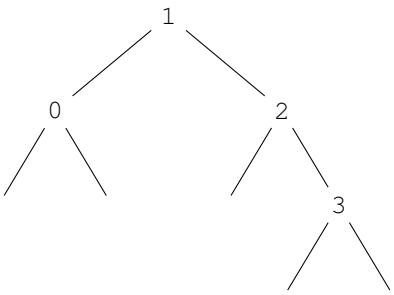
```
>>> moyenne("Dupont", resultats)
14.5
>>> moyenne("Durand", resultats)
8.5
```

Sujet 23

Thèmes des sujets

Exercice 1 Dans cet exercice, on considère des arbres binaires de recherche qui sont :

- soit l'arbre vide identifié par `None` ;
- soit un nœud, contenant une clé et deux sous-arbres gauche et droit et représenté par un triplet `(g, v, d)` où `g` et `d` sont les sous-arbres gauche et droit et `v` la clé.



abr1

Ainsi, l'arbre binaire de recherche `abr1` ci-dessus est créé par le code python ci-dessous :

```
n0 = (None, 0, None)
n3 = (None, 3, None)
n2 = (None, 2, n3)
abr1 = (n0, 1, n2)
```

Ecrire une fonction récursive `insertion_abr(a, cle)` qui prend en paramètres une clé `cle` et un arbre binaire de recherche `a` , et qui renvoie un arbre binaire de recherche dans lequel `cle` a été insérée. Dans le cas où `cle` est déjà présente dans `a`, la fonction renvoie l'arbre `a` inchangé.

Résultats à obtenir :

```
>>> insertion_abr(abr1, 4)
((None,0,None),1,(None,2,(None,3,(None,4,None))))
>>> insertion_abr(abr1, -5)
(((None,-5,None),0,None),1,(None,2,(None,3,None)))
>>> insertion_abr(abr1, 2)
((None,0,None),1,(None,2,(None,3,None)))
```

Exercice 2 On dispose d'un ensemble d'objets dont on connaît, pour chacun, la masse. On souhaite ranger l'ensemble de ces objets dans des boites identiques de telle manière que la somme des masses des objets contenus dans une boîte ne dépasse pas la capacité `c` de la boîte. On souhaite utiliser le moins de boîtes possibles pour ranger cet ensemble d'objets.

Pour résoudre ce problème, on utilisera un algorithme glouton consistant à placer chacun des objets dans la première boîte où cela est possible.

Par exemple, pour ranger dans des boîtes de capacité `c = 5` un ensemble de trois objets dont les masses sont représentées en Python par la liste `[1, 5, 2]`, on procède de la façon suivante :

- le premier objet, de masse `1`, va dans une première boite ;
- e deuxième objet, de masse `5`, ne peut pas aller dans la même boite que le premier objet car cela dépasserait la capacité de la boite. On place donc cet objet dans une deuxième boîte. ;
- le troisième objet, de masse `2`, va dans la première boîte.

On a donc utilisé deux boîtes de capacité `c = 5` pour ranger les trois objets.

Compléter la fonction Python `empaqueter(liste_masses, c)` suivante pour qu'elle renvoie le nombre de boîtes de capacité `c` nécessaires pour empaqueter un ensemble d'objets dont les masses sont contenues dans la liste `liste_masses`. On supposera que toutes les masses sont inférieures ou égales à `c`.

```
def empaqueter(liste_masses, c):
    """Renvoie le nombre minimal de boîtes nécessaires pour
    empaqueter les objets de la liste liste_masses, sachant
    que chaque boîte peut contenir au maximum c kilogrammes"""
    n = len(liste_masses)
    nb_boites = 0
    boites = [ 0 for _ in range(n) ]
    for masse in ...:
        i = 0
        while i < nb_boites and boites[i] + ... > c:
            i = i + 1
        if i == nb_boites:
            ...
        boites[i] = ...
    return ...
```

Exemples :

```
>>> empaqueter([1, 2, 3, 4, 5], 10)
2
>>> empaqueter([1, 2, 3, 4, 5], 5)
4
>>> empaqueter([7, 6, 3, 4, 8, 5, 9, 2], 11)
5
```

Sujet 24

Thèmes des sujets

Exercice 1 Un arbre binaire est soit vide, représenté en Python par la valeur `None`, soit un nœud représenté par un triplet `(g, x, d)` où `x` est l'étiquette du nœud et `g` et `d` sont les sous-arbres gauche et droit.

On souhaite écrire une fonction `parcours_largeur` qui prend en paramètre un arbre binaire et qui renvoie la liste des étiquettes des nœuds de l'arbre parcourus en largeur.

Exemples :

```
>>> arbre = ( ( (None, 1, None), 2, (None, 3, None) ),
4,
( (None, 5, None), 6, (None, 7, None) ) )
>>> parcours_largeur(arbre)
[4, 2, 6, 1, 3, 5, 7]
```

Exercice 2 On considère un tableau de nombre entiers, positifs ou négatifs, et on souhaite déterminer la plus grande somme possible de ses éléments consécutifs.

Par exemple, dans le tableau `[1, -2, 3, 10, -4, 7, 2, -5]`, la plus grande somme est `18` obtenue en additionnant les éléments `3`, `10`, `-4`, `7` et `2`.

Pour cela, on va résoudre le problème par programmation dynamique. Si on note `tab` le tableau considéré et `i` un indice dans ce tableau, on se ramène à un problème plus simple : déterminer la plus grande somme possible de ses éléments consécutifs se terminant à l'indice `i`.
Si on connait la plus grande somme possible de ses éléments consécutifs se terminant à l'indice `i-1`, on peut déterminer la plus grande somme possible de ses éléments consécutifs se terminant à l'indice `i` :

- soit on obtient une plus grande somme en ajoutant `tab[i]` à cette somme précédente ;
- soit on commence une nouvelle somme à partir de `tab[i]`.

Compléter la fonction `somme_max` ci-dessous qui réalise cet algorithme.

```
def somme_max(tab):
    n = len(tab)
    sommes_max = [0]*n
    sommes_max[0] = tab[0]
    # on calcule la plus grande somme se terminant en i
    for i in range(1,n):
        if ... + ... > ...:
            sommes_max[i] = ...
        else:
            sommes_max[i] = ...
    # on en déduit la plus grande somme de celles-ci
    maximum = 0
    for i in range(1, n):
        if ... > ...:
            maximum = i

    return sommes_max[...]
```

Exemples :

```
>>> somme_max([1, 2, 3, 4, 5])
15
>> somme_max([1, 2, -3, 4, 5])
9
>>> somme_max([1, 2, -2, 4, 5])
10
>>> somme_max([1, -2, 3, 10, -4, 7, 2, -5])
18
```

Sujet 25

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `recherche_min` qui prend en paramètre un tableau non vide de nombres `tab`, et qui renvoie l'indice de la première occurrence du minimum de ce tableau. Les tableaux seront représentés sous forme de liste Python.

Exemples :

```
>>> recherche_min([5])
0
>>> recherche_min([2, 4, 1])
2
>>> recherche_min([5, 3, 2, 2, 4])
2
>>> recherche_min([-1, -2, -3, -3])
2
```

Exercice 2 On considère la fonction `separe` ci-dessous qui prend en argument un tableau `tab` non vide dont les éléments sont des `0` et des `1` et qui sépare les `0` des `1` en plaçant les `0` en début de tableau et les `1` à la suite.

```
def separe(tab):
    '''Separe les 0 et les 1 dans le tableau tab'''
    gauche = 0
    droite = ...
    while gauche < droite:
        if tab[gauche] == 0 :
            gauche = ...
        else :
            tab[gauche] = ...
            tab[droite] = ...
            droite = ...
    return tab
```

Compléter la fonction `separe` ci-dessus.

Exemples :

```
>>> separe([1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0])
[0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]
>>> separe([1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0])
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]
```

Description d'étapes effectuées par la fonction `separe` sur le tableau ci-dessous :

`tab = [1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0]`

Etape 1 : on regarde la première case, qui contient un `1` : ce `1` va aller dans la seconde partie du tableau final et on l'échange avec la dernière case. Il est à présent bien positionné : on ne prend plus la dernière case en compte.

`tab = [0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1]`

Etape 2 : on regarde à nouveau la première case, qui contient maintenant un `0` : ce `0` va aller dans la première partie du tableau final et est bien positionné : on ne prend plus la première case en compte.

`tab = [0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1]`

Etape 3 : on regarde la seconde case, qui contient un `0` : ce `0` va aller dans la première partie du tableau final et est bien positionné : on ne prend plus la seconde case en compte.

`tab = [0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1]`

Etape 4 : on regarde la troisième case, qui contient un `1` : ce `1` va aller dans la seconde partie du tableau final et on l'échange avec l'avant-dernière case. Il est à présent bien positionné : on ne prend plus l'avant-dernière case en compte.

`tab = [0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1]`

Et ainsi de suite...

`tab = [0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]`

Sujet 26

Thèmes des sujets

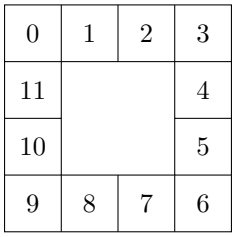
Exercice 1 Ecrire une fonction `ajoute_dictionnaires` qui prend en paramètres deux dictionnaires `d1` et `d2` dont les clés sont des nombres et renvoie le dictionnaire `d` défini de la façon suivante :

- les clés de `d` sont celles de `d1` et celles de `d2` réunies ;
- si une clé est présente dans les deux dictionnaires `d1` et `d2`, sa valeur associée dans le dictionnaire `d` est la somme de ses valeurs dans les dictionnaires `d1` et `d2` ;
- si une clé n'est présente que dans un des deux dictionnaires, sa valeur associée dans le dictionnaire `d` est la même que sa valeur dans le dictionnaire où elle est présente.

Exemples :

```
>>> ajoute_dictionnaires({1: 5, 2: 7}, {2: 9, 3: 11})
{1: 5, 2: 16, 3: 11}
>>> ajoute_dictionnaires({}, {2: 9, 3: 11})
{2: 9, 3: 11}
>>> ajoute_dictionnaires({1: 5, 2: 7}, {})
{1: 5, 2: 7}
```

Exercice 2 On considère une piste carrée qui contient quatre cases par côté. Les cases sont numérotées de 0 inclus à 12 exclu comme ci-dessous :



L'objectif de l'exercice est d'implémenter le jeu suivant : au départ, le joueur place son pion sur la case 0. A chaque coup, il lance un dé équilibré à six faces et avance son pion d'autant de cases que le nombre indiqué par le dé (entre 1 et 6 inclus) dans le sens des aiguilles d'une montre.
Par exemple, s'il obtient 2 au premier lancer, il pose son pion sur la case 2 puis s'il obtient 6 au deuxième lancer, il le pose sur la case 8, puis s'il obtient à nouveau 6, il pose le pion sur la case 2.
Le jeu se termine lorsque le joueur a posé son pion sur toutes les cases de la piste.

Compléter la fonction `nombre_coups` ci-dessous de sorte qu'elle renvoie le nombre de lancers aléatoires nécessaires pour terminer le jeu.

Proposer ensuite quelques tests pour en vérifier le fonctionnement.

```
from random import randint

def nombre_coups():
    '''Simule un jeu de plateau avec 12 cases et renvoie le nombre
    minimal de coups pour visiter toutes les cases.'''
    nombre_cases = 12
    # indique si une case a été vue
    cases_vues = [ False ] * nombre_cases
    nombre_cases_vues = 1
    cases_vues[0] = True
    case_en_cours = 0
    n = ...
    while ... < ...:
        x = randint(1, 6)
        case_en_cours = (case_en_cours + ...) % ...
        if ...:
            cases_vues[case_en_cours] = True
            nombre_cases_vues = ...
        n = ...
    return n
```

Sujet 27

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `couples_consecutifs` qui prend en paramètre un tableau non vide de nombres entiers `tab`, et qui renvoie la liste Python (éventuellement vide) des couples d'entiers consécutifs successifs qu'il peut y avoir dans `tab`.

Ne pas oublier d'ajouter au corps de la fonction une documentation et une ou plusieurs assertions pour vérifier les pré-conditions.

Exemples :

```
>>> couples_consecutifs([1, 4, 3, 5])
[]
>>> couples_consecutifs([1, 4, 5, 3])
[(4, 5)]
>>> couples_consecutifs([1, 1, 2, 4])
[(1, 2)]
>>> couples_consecutifs([7, 1, 2, 5, 3, 4])
[(1, 2), (3, 4)]
>>> couples_consecutifs ([5, 1, 2, 3, 8, -5, -4, 7])
[(1, 2), (2, 3), (-5, -4)]
```

Exercice 2 Soit une image binaire représentée dans un tableau à deux dimensions. Les éléments `M[i][j]`, appelés pixels, sont égaux soit à `0` soit à `1`. Une composante d'une image est un sous-ensemble de l'image constitué uniquement de `1` et de `0` qui sont côte à côte, soit horizontalement soit verticalement. Par exemple :

les composantes de $M =$ | 0 | 0 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |

sont $M =$ | 0 | 0 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |

.

On souhaite, à partir d'un pixel égal à `1` dans une image `M`, donner la valeur `val` à tous les pixels de la composante à laquelle appartient ce pixel. La fonction `colore_compl` prend pour paramètre une image `M` (représentée par une liste de listes), deux entiers `i` et `j` et une valeur entière `val`. Elle met à la valeur `val` tous les pixels de la composante du pixel `M[i][j]` s'il vaut `1` et ne fait rien s'il vaut `0`. Par exemple, `propager(M,2,1,3)` donne

$M =$ | 0 | 0 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|
| 0 | 3 | 0 | 1 |
| 3 | 3 | 3 | 0 |
| 0 | 3 | 3 | 0 |

.

Compléter le code récursif de la fonction `colore_compl` donné ci-dessous

```
def colore_comp1(M, i, j, val):
    if M[i][j] != 1:
        return

    M[i][j] = val

    if i-1 >= 0: # propage à gauche
        colore_comp1(M, i-1, j, val)
    if ... < len(M): # propage à droite
        colore_comp1(M, ..., j, val)
    if ...: # propage en haut
        colore_comp1(M, ..., ..., val)
    if ...: # propage en bas
        ...
```

Exemple :

```
>>> M = [[0, 0, 1, 0], [0, 1, 0, 1], [1, 1, 1, 0], [0, 1, 1, 0]]
>>> colore_comp1(M, 2, 1, 3)
>>> M
[[0, 0, 1, 0], [0, 3, 0, 1], [3, 3, 3, 0], [0, 3, 3, 0]]
```

Sujet 28

Thèmes des sujets

Exercice 1 On s'intéresse à la suite d'entiers définie par :

- les deux premiers termes sont égaux à 1 ;
- ensuite, chaque terme est obtenu en faisant la somme des deux termes qui le précèdent.

La troisième valeur est donc $1 + 1 = 2$, la quatrième est $1 + 2 = 3$, la cinquième est $2 + 3 = 5$, la sixième est $3 + 5 = 8$, et ainsi de suite.

Cette suite est connue sous le nom de suite de Fibonacci.

Ecrire en Python une fonction `fibonacci` qui prend en paramètre un entier `n` supposé strictement positif et qui renvoie le terme d'indice `n` de cette suite.

Exemples :

```
>>> fibonacci(1)
1
>>> fibonacci(2)
1
>>> fibonacci(25)
75025
```

Exercice 2 On considère la fonction `eleves_du_mois` prenant en paramètres `eleves` et `notes` deux tableaux de même longueur, le premier contenant le nom des élèves et le second, des entiers positifs désignant leur note à un contrôle de sorte que `eleves[i]` a obtenu la note `notes[i]`.
Cette fonction renvoie le couple constitué de la note maximale attribuée et des noms des élèves ayant obtenu cette note regroupés dans un tableau.
Ainsi, l'instruction `eleves_du_mois(['a', 'b', 'c', 'd'], [15,18,12,18])` renvoie le couple `(18, ['b', 'd'])`.

```
def eleves_du_mois(eleves, notes):
    note_maxi = 0
    meilleurs_eleves = ...

    for i in range(...):
        if notes[i] == ...:
            meilleurs_eleves.append(...)
        elif notes[i] > note_maxi:
            note_maxi = ...
            meilleurs_eleves = [...]

    return (note_maxi, meilleurs_eleves)
```

Compléter ce code.

Exemples :

```
>>> eleves_nsi = ['a','b','c','d','e','f','g','h','i','j']
>>> notes_nsi = [30, 40, 80, 60, 58, 80, 75, 80, 60, 24]
>>> eleves_du_mois(eleves_nsi, notes_nsi)
(80, ['c', 'f', 'h'])
>>> eleves_du_mois([],[])
(0, [])
```

Sujet 29

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `moyenne(liste_notes)` qui renvoie la moyenne pondérée des résultats contenus dans le tableau `liste_notes`, non vide, donnée en paramètre. Ce tableau contient des couples `(note, coefficient)` dans lesquels :

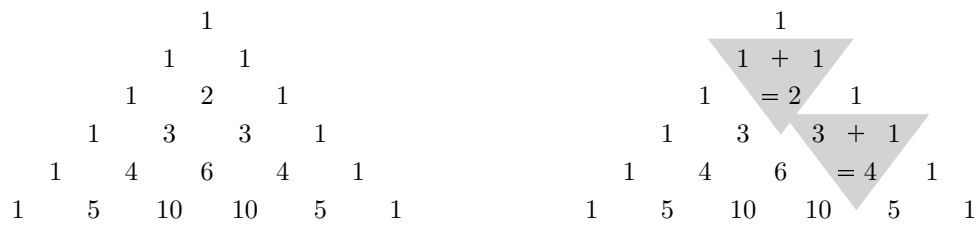
- `note` est un nombre de type flottant (`float`) compris entre 0 et 20 ;
- `coefficient` est un nombre entier positif.

Ainsi, l'expression `moyenne([(15,2), (9,1), (12,3)])` devra renvoyer `12.5` :

$$\frac{2 \times 15 + 1 \times 9 + 3 \times 12}{2 + 1 + 3} = 12{,}5.$$

Exercice 2 On cherche à déterminer les valeurs du triangle de Pascal.

Dans le triangle de Pascal, chaque ligne commence et se termine par le nombre 1. Comme l'illustre la figure de gauche, on additionne deux valeurs successives d'une ligne pour obtenir la valeur qui se situe sous la deuxième valeur.



Compléter les fonctions `ligne_suivante` et `pascal` ci-dessous. La fonction `ligne_suivante` prend en paramètre une liste d'entiers `ligne` correspondant à une ligne du triangle de Pascal et renvoie la liste correspondant à la ligne suivante du triangle de Pascal. La fonction `pascal` prend en paramètre un entier `n` et l'utilise pour construire le triangle de Pascal ayant `n+1` lignes sous la forme d'une liste de listes.

```
def ligne_suivante(ligne):
    '''Renvoie la ligne suivant ligne du triangle de Pascal'''
    ligne_suiv = [...]
    for i in range(...):
        ligne_suiv.append(...)
    ligne_suiv.append(...)
    return ligne_suiv

def pascal(n):
    '''Renvoie le triangle de Pascal de hauteur n'''
    triangle = [ [1] ]
    for k in range(...):
        ligne_k = ...
        triangle.append(ligne_k)
    return triangle
```

Exemples :

```
>>> ligne_suivante([1, 3, 3, 1])
[1, 4, 6, 4, 1]
>>> pascal(2)
[[1], [1, 1], [1, 2, 1]]
>>> pascal(3)
[[1], [1, 1], [1, 2, 1], [1, 3, 3, 1]]
```

Sujet 30

Thèmes des sujets

Exercice 1 Programmer une fonction `fusion` prenant en paramètres deux tableaux non vides `tab1` et `tab2` (de type `list`) d'entiers, chacun dans l'ordre croissant, et renvoyant un tableau trié dans l'ordre croissant et contenant l'ensemble des valeurs de `tab1` et `tab2`.

Exemples :

```
>>> fusion([3, 5], [2, 5])
[2, 3, 5, 5]
>>> fusion([-2, 4], [-3, 5, 10])
[-3, -2, 4, 5, 10]
>>> fusion([4], [2, 6])
[2, 4, 6]
>>> fusion([], [])
[]
>>> fusion([1, 2, 3], [])
[1, 2, 3]
```

Exercice 2 Le but de cet exercice est d'écrire une fonction récursive `traduire_romain` qui prend en paramètre une chaîne de caractères, non vide, représentant un nombre écrit en chiffres romains et qui renvoie son écriture décimale.

Les chiffres romains considérés sont : I, V, X, L, C, D et M.
Ils représentent respectivement les nombres 1, 5, 10, 50, 100, 500, et 1000 en base dix.

On dispose d'un dictionnaire `romains` dont les clés sont les caractères apparaissant dans l'écriture en chiffres romains et les valeurs sont les nombres entiers associés en écriture décimale :

```
romains = {"I":1, "V":5, "X":10, "L":50, "C":100, "D":500, "M":1000}
```

Le code de la fonction `traduire_romain`, donnée ci-dessous, repose sur le principe suivant :

- la valeur d'un caractère est ajoutée à la valeur du reste de la chaîne si ce caractère a une valeur supérieure (ou égale) à celle du caractère qui le suit ;
- la valeur d'un caractère est retranchée à la valeur du reste de la chaîne si ce caractère a une valeur strictement inférieure à celle du caractère qui le suit.

Ainsi, XIV correspond au nombre $10 + 5 - 1$ puisque :

- la valeur de X (10) est supérieure à celle de I (1), on ajoute donc 10 à la valeur du reste de la chaîne, c'est-à-dire IV ;
- la valeur de I (1) est strictement inférieure à celle de V (5), on soustrait donc 1 à la valeur du reste de la chaîne, c'est-à-dire V.

On rappelle que pour priver une chaîne de caractères de son premier caractère, on utilisera l'instruction :

```
nom_de_variable[1:]
```

Par exemple, si la variable `mot` contient la chaîne `'CDI'`, alors `mot[1:]` renvoie `'DI'`.

```
def traduire_romain(nombre):
    """ Renvoie l'écriture décimale du nombre donné en chiffres
    romains """
    if len(nombre) == 1:
        return ...
    elif romains[nombre[0]] >= ...:
        return romains[nombre[0]] + ...
    else:
        return ...
```

Compléter le code de la fonction `traduire_romain` et le tester.

Exemples :

```
>>> traduire_romain("XIV")
14
>>> traduire_romain("CXLII")
142
>>> traduire_romain("MMXXIV")
2024
```

Sujet 31

Thèmes des sujets

Exercice 1 Programmer une fonction `multiplication`, prenant en paramètres deux nombres entiers relatifs `n1` et `n2`, et renvoyant le produit de ces deux nombres. Les seules opérations autorisées sont l'addition et la soustraction.

Exemples :

```
>>> multiplication(3, 5)
15
>>> multiplication(-4, -8)
32
>>> multiplication(-2, 6)
-12
>>> multiplication(-2, 0)
0
```

Exercice 2 On s'intéresse dans cet exercice à la recherche dichotomique dans un tableau trié d'entiers.

Compléter la fonction suivante en respectant la spécification.

```
def dichotomie(tab, x):
    """
    tab : tableau d'entiers trié dans l'ordre croissant
    x : nombre entier
    La fonction renvoie True si tab contient x et False sinon
    """
    debut = 0
    fin = len(tab) - 1
    while debut <= fin:
        m = ...
        if x == tab[m]:
            return ...
        if x > tab[m]:
            debut = m + 1
        else:
            fin = ...
    return ...
```

Exemples :

```
>>> dichotomie([15, 16, 18, 19, 23, 24, 28, 29, 31, 33], 28)
True
>>> dichotomie([15, 16, 18, 19, 23, 24, 28, 29, 31, 33], 27)
False
```

Sujet 32

Thèmes des sujets

Exercice 1 L'opérateur « ou exclusif » entre deux bits renvoie 0 si les deux bits sont égaux et 1 s'ils sont différents : $0 \oplus 0 = 0, 0 \oplus 1 = 1, 1 \oplus 0 = 1, 1 \oplus 1 = 0$
Ecrire une fonction `ou_exclusif` qui prend en paramètres deux tableaux de 0 et de 1 de même longueur et qui renvoie un tableau où l'élément situé à position `i` est le résultat, par l'opérateur « ou exclusif » des éléments à la position `i` des tableaux passés en paramètres.

Exemples :

```
>>> ou_exclusif([1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1], [0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0])
[1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1]
>>> ou_exclusif([1, 1, 0, 1], [0, 0, 1, 1])
[1, 1, 1, 0]
```

Exercice 2 Dans cet exercice, on appelle carré d'ordre n un tableau de n lignes et n colonnes dont chaque case contient un entier naturel.

Exemples :

1	7
7	1

c2

3	4	5
4	4	4
5	4	3

c3

2	9	4
7	0	3
6	1	8

c3bis

Un carré est dit *semimagique* lorsque les sommes des éléments situés sur chaque ligne et chaque colonne sont égales.

- Ainsi c2 et c3 sont semimagiques car la somme de chaque ligne et chaque colonne est égale à 8 pour c2 et 12 pour c3.
- Le carré c3bis n'est pas semimagique car la somme de la première ligne est égale à 15 alors que celle de la deuxième ligne est égale à 10.

La classe `Carre` ci-après contient des méthodes qui permettent de manipuler des carrés :

- la méthode constructeur crée un carré sous forme d'un tableau à deux dimensions à partir d'une liste d'entiers, et d'un ordre ;
- la méthode `affiche` permet d'afficher le carré créé.

Exemple :

```
>>> lst_c3 = [3, 4, 5, 4, 4, 4, 5, 4, 3]
>>> c3 = Carre(lst_c3, 3)
>>> c3.affiche()
[3, 4, 5]
[4, 4, 4]
[5, 4, 3]
```

Compléter la méthode `est_semimagique` qui renvoie `True` si le carré est semimagique, `False` sinon. Puis tester la fonction `est_semimagique` sur les carrés c2, c3 et c3bis.

```
class Carre:
    def __init__(self, liste, n):
        self.ordre = n
        self.tableau = [[liste[i + j * n] for i in range(n)]
                        for j in range(n)]

    def affiche(self):
        '''Affiche un carré'''
        for i in range(self.ordre):
            print(self.tableau[i])

    def somme_ligne(self, i):
        '''Calcule la somme des valeurs de la ligne i'''
        somme = 0

        for j in range(self.ordre):
            somme = somme + self.tableau[i][j]
        return somme

    def somme_col(self, j):
        '''Calcule la somme des valeurs de la colonne j'''
        somme = 0

        for i in range(self.ordre):
            somme = somme + self.tableau[i][j]
        return somme


    def est_semimagique(self):
        s = self.somme_ligne(0)
        #test de la somme de chaque ligne
        for i in range(...):
            if ... != s:
                return ...

        #test de la somme de chaque colonne
        for j in range(...):
            if ... != s:
                return ...

        return ...
```

Sujet 33

Thèmes des sujets

Exercice 1 Programmer une fonction `renverse`, prenant en paramètre une chaîne de caractères non vide `mot` et renvoyant une chaîne de caractères en inversant ceux de la chaîne `mot`.

Exemple :

```
>>> renverse("")
""
>>> renverse("abc")
"cba"
>>> renverse("informatique")
"euqitamrofni"
```

Exercice 2 Un nombre premier est un nombre entier naturel qui admet exactement deux diviseurs distincts entiers et positifs : 1 et lui-même.

Le crible d'Ératosthène permet de déterminer les nombres premiers plus petit qu'un certain nombre n fixé. On considère pour cela un tableau `tab` de `n` booléens, initialement tous égaux à `True`, sauf `tab[0]` et `tab[1]` qui valent `False`, `0` et `1` n'étant pas des nombres premiers.

On parcourt alors ce tableau de gauche à droite. Pour chaque indice `i` :

- si `tab[i]` vaut `True` : le nombre `i` est premier et on donne la valeur `False` à toutes les cases du tableau dont l'indice est un multiple de `i`, à partir de `2*i` (c'est-à-dire `2*i`, `3*i`, etc.).
- si `tab[i]` vaut `False` : le nombre `i` n'est pas premier et on n'effectue aucun changement sur le tableau.

On dispose de la fonction `crible`, incomplète et donnée ci-dessous, prenant en paramètre un entier `n` strictement positif et renvoyant un tableau contenant tous les nombres premiers plus petits que `n`.

```
def crible(n):
    """Renvoie un tableau contenant tous les nombres premiers
    plus petits que n."""
    premiers = []
    tab = [True] * n
    tab[0], tab[1] = False, False
    for i in range(n):
        if tab[i]:
            premiers....
            multiple = ...
            while multiple < n:
                tab[multiple] = ...
                multiple = ...
    return premiers
```

Compléter le code cette fonction.

Exemples :

```
>>> crible(40)
[2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37]
>> crible(5)
[2, 3]
```

Sujet 34

Thèmes des sujets

Exercice 1 Le nombre d'occurrences d'un caractère dans une chaîne de caractères est le nombre d'apparitions de ce caractère dans la chaîne. Par exemple :

- le nombre d'occurrence du caractère `'o'` dans `'bonjour'` est 2 ;
- le nombre d'occurrence du caractère `'b'` dans `'Bébé'` est 1 ;
- le nombre d'occurrence du caractère `'B'` dans `'Bébé'` est 1 ;
- le nombre d'occurrence du caractère `' '` dans `'Hello world !'` est 2.

On cherche les occurrences des caractères dans une phrase. On souhaite stocker ces occurrences dans un dictionnaire dont les clefs seraient les caractères de la phrase et les valeurs l'occurrence de ces caractères. Par exemple, avec la phrase `'Hello world !` le dictionnaire est le suivant :

```
{'H': 1, 'e': 1, 'l': 3, 'o': 2, ' ': 2, 'w': 1, 'r': 1, 'd': 1, '!': 1}
```

L'ordre des clefs n'ayant pas d'importance.

Ecrire une fonction `nbr_occurences` prenant comme paramètre une chaîne de caractères `chaine` et renvoyant le dictionnaire des nombres d'occurrences des caractères de cette chaîne.

Exercice 2 La fonction `fusion` prend en paramètre deux tableaux non vides `tab1` et `tab2` (type `list`) d'entiers triés par ordre croissant et les fusionne en un tableau trié `tab12` qu'elle renvoie.

Compléter le code de la fonction `fusion` ci-dessous.

```
def fusion(tab1,tab2):
    '''Fusionne deux tableaux triés et renvoie
    le nouveau tableau trié.'''
    n1 = len(tab1)
    n2 = len(tab2)
    tab12 = [0] * (n1 + n2)
    i1 = 0
    i2 = 0
    i = 0
    while i1 < n1 and ...:
        if tab1[i1] < tab2[i2]:
            tab12[i] = ...
            i1 = ...
        else:
            tab12[i] = tab2[i2]
            i2 = ...
        i += 1
    while i1 < n1:
        tab12[i] = ...
        i1 = i1 + 1
        i = ...
    while i2 < n2:
        tab12[i] = ...
        i2 = i2 + 1
        i = ...
    return tab12
```

Exemples :

```
>>> fusion([1,2,3],[])
[1, 2, 3]
>>> fusion([], [])
[]
>>> fusion([1, 6, 10],[0, 7, 8, 9])
[0, 1, 6, 7, 8, 9, 10]
```

Sujet 35

Thèmes des sujets

Exercice 1 On a relevé les valeurs moyennes annuelles des températures à Paris pour la période allant de 2013 à 2019. Les résultats ont été récupérés sous la forme de deux tableaux (de type `list`) : l'une pour les températures, l'autre pour les années :

```
t_moy = [14.9, 13.3, 13.1, 12.5, 13.0, 13.6, 13.7]
annees = [2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019]
```

Ecrire une fonction `annee_temperature_minimale` qui prend en paramètres ces deux tableaux et qui renvoie la plus petite valeur relevée au cours de la période et l'année correspondante. On suppose que la température minimale est atteinte une seule fois.

Exemple :

```
>>> annee_temperature_minimale(t_moy, annees)
(12.5, 2016)
```

Exercice 2 Un mot palindrome peut se lire de la même façon de gauche à droite ou de droite à gauche : *kayak*, *radar* et *non* sont des mots palindromes.

De même certains nombres sont eux aussi des palindromes : 33, 121, 345543.

L'objectif de cet exercice est d'obtenir un programme Python permettant de tester si un nombre est un nombre palindrome.

Pour remplir cette tâche, on vous demande de compléter le code des trois fonctions ci-dessous qui s'appuient les unes sur les autres :

- `inverse_chaine` : qui renvoie une chaîne de caractères inversée ;
- `est_palindrome` : qui teste si une chaine de caractères est un palindrome ;
- `est_nbre_palindrome` : qui teste si un nombre est un palindrome.

Compléter le code des trois fonctions ci-dessous.

```
def inverse_chaine(chaine):
    '''Retourne la chaine inversée'''
    resultat = ...
    for caractere in chaine:
        resultat = ...
    return resultat

def est_palindrome(chaine):
    '''Renvoie un booléen indiquant si la chaine ch
    est un palindrome'''
    inverse = inverse_chaine(chaine)
    return ...

def est_nbre_palindrome(nbre):
    '''Renvoie un booléen indiquant si le nombre nbre
    est un palindrome'''
    chaine = ...
    return est_palindrome(chaine)
```

Exemples :

```
>>> inverse_chaine('bac')
'cab'
>>> est_palindrome('NSI')
False
>>> est_palindrome('ISN-NSI')
True
>>> est_nbre_palindrome(214312)
False
>>> est_nbre_palindrome(213312)
True
```

Sujet 36

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `occurences` qui prend en paramètres `caractere` une chaîne de caractères de longueur 1, et `chaine`, une chaîne de caractères. Cette fonction renvoie le nombre d'occurrences de `caractere` dans `chaine`, c'est-à-dire le nombre de fois où `caractere` apparaît dans `chaine`.

Exemples :

```
>>> occurrences('e', "sciences")
2
>>> occurrences('i',"mississippi")
4
>>> occurrences('a',"mississippi")
0
```

Exercice 2 On s'intéresse à un algorithme récursif qui permet de rendre la monnaie à partir d'une liste donnée de valeurs de pièces et de billets.

Le système monétaire est donné sous forme d'une liste `valeurs = [100,50,20,10,5,2,1]`. On suppose que les pièces et les billets sont disponibles sans limitation.

On cherche à donner la liste des valeurs à rendre pour une somme donnée en argument. L'algorithme utilisé est de type glouton.

Compléter le code Python ci-dessous de la fonction `rendu_glouton` qui implémente cet algorithme et renvoie la liste des valeurs à rendre.

```
valeurs = [100, 50, 20, 10, 5, 2, 1]

def rendu_glouton(a_rendre, rang):
    if a_rendre == 0:
        return ...
    v = valeurs[rang]
    if v <= ...:
        return ... + rendu_glouton(a_rendre - v, rang)
    else:
        return rendu_glouton(a_rendre, ...)
```

On devra obtenir :

```
>>> rendu_glouton(67, 0)
[50, 10, 5, 2]
>>> rendu_glouton(291, 0)
[100, 100, 50, 20, 20, 1]
>>> rendu_glouton(291,1) # si on ne dispose pas de billets de 100
[50, 50, 50, 50, 50, 20, 20, 1]
```

Sujet 37

Thèmes des sujets

Exercice 1 Programmer la fonction `moyenne` prenant en paramètre un tableau d'entiers `tab` (de type `list`) qui renvoie la moyenne de ses éléments si le tableau est non vide. Proposer une façon de traiter le cas où le tableau passé en paramètre est vide.

Dans cet exercice, on s'interdira d'utiliser la fonction Python `sum`.

Exemples :

```
>>> moyenne([5,3,8])
5.333333333333333
>>> moyenne([1,2,3,4,5,6,7,8,9,10])
5.5
>>> moyenne([])
# Comportement différent suivant le traitement proposé.
```

Exercice 2 On considère un tableau d'entiers `tab` (de type `list`) dont les éléments sont des `0` ou des `1`. On se propose de trier ce tableau comme suit. A chaque étape du tri, le tableau est constitué de trois zones consécutives : la première ne contenant que des `0`, la deuxième n'étant pas triée et la dernière ne contenant que des `1`. Au départ, les zones ne contenant que des `0` et des `1` sont vides.

Zone de 0	Zone non triée	Zone de 1

Tant que la zone non triée n'est pas réduite à un seul élément, on regarde son premier élément :

- si cet élément vaut `0`, on considère qu'il appartient désormais à la zone ne contenant que des `0` ;
- si cet élément vaut `1`, il est échangé avec le dernier élément de la zone non triée et on considère alors qu'il appartient à la zone ne contenant que des `1`.

Dans tous les cas, la longueur de la zone non triée diminue de 1.

Compléter la fonction `tri` suivante :

```
def tri(tab):
    '''tab est un tableau d'entiers contenant des 0 et des 1.
    La fonction trie ce tableau en plaçant tous les 0 à gauche'''
    i = ... # premier indice de la zone non triée
    j = ... # dernier indice de la zone non triée
    while i < j:
        if tab[i] == 0:
            i = ...
        else:
            valeur = ...
            tab[j] = ...
            ...
            j = ...
```

Exemple :

```
>>> tab = [0,1,0,1,0,1,0,1,0]
>>> tri(tab)
>>> tab
[0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]
```

Sujet 38

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `indices_maxi` qui prend en paramètre un tableau non vide de nombres entiers `tab`, représenté par une liste Python, et qui renvoie un tuple `(maxi, indices)` où :

- `maxi` est le plus grand élément du tableau `tab` ;
- `indices` est une liste Python contenant les indices du tableau `tab` où apparaît ce plus grand élément.

Exemple :

```
>>> indices_maxi([1, 5, 6, 9, 1, 2, 3, 7, 9, 8])
(9, [3, 8])
>>> indices_maxi([7])
(7, [0])
```

Exercice 2 Cet exercice utilise des piles qui seront représentées par des listes Python.

Si `pile` est une pile, alors `pile == []` indique si la pile est vide, `pile.pop()` retire et renvoie le sommet de la pile et `pile.append(v)` ajoute la valeur `v` au sommet de la pile.

Si on considère qu'une fonction manipule une pile, elle ne peut pas utiliser d'autres opérations que celles décrites ci-dessus.

On cherche à écrire une fonction `positifs` qui prend une pile de nombres entiers en paramètre et qui renvoie une nouvelle pile contenant les entiers positifs de la pile initiale, dans le même ordre, quitte à modifier la pile initiale.

Pour cela, on va également écrire une fonction `renverse` qui prend une pile en paramètre et qui renvoie une nouvelle pile contenant les mêmes éléments que la pile initiale, mais dans l'ordre inverse. Cette fonction sera également amenée à modifier la pile passée en paramètre.

Compléter le code Python des fonctions `renverse` et `positifs` ci-après.

```
def renverse(pile):
    '''renvoie une pile contenant les mêmes éléments que pile,
    mais dans l'ordre inverse.
    Cette fonction détruit pile.'''
    pile_inverse = ...
    while pile != []:
        ... .append(...)
    return ...


def positifs(pile):
    '''renvoie une pile contenant les éléments positifs de pile,
    dans le même ordre. Cette fonction détruit pile.'''
    pile_positifs = ...
    while pile != []:
        ... = pile.pop()
        if ... >= 0:
            ...
    return ...
```

Exemples :

```
>>> renverse([1, 2, 3, 4, 5])
[5, 4, 3, 2, 1]
>>> positifs([-1, 0, 5, -3, 4, -6, 10, 9, -8])
[0, 5, 4, 10, 9]
>>> positifs([-2])
[]
```

Sujet 39

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `recherche` qui prend en paramètres `elt` un nombre entier et `tab` un tableau de nombres entiers (type `list`), et qui renvoie l'indice de la dernière occurrence de `elt` dans `tab` si `elt` est dans `tab` et `None` sinon.

Exemples :

```
>>> recherche(1, [2, 3, 4]) # renvoie None
>>> recherche(1, [10, 12, 1, 56])
2
>>> recherche(1, [1, 0, 42, 7])
0
>>> recherche(1, [1, 50, 1])
2
>>> recherche(1, [8, 1, 10, 1, 7, 1, 8])
5
```

Exercice 2 On définit une classe gérant une adresse IPv4. On rappelle qu'une adresse IPv4 est une adresse de longueur 4 octets, notée en décimale à point, en séparant chacun des octets par un point. On considère un réseau privé avec une plage d'adresses IP de `192.168.0.0` à `192.168.0.255`. On considère que les adresses IP saisies sont valides. Les adresses IP `192.168.0.0` et `192.168.0.255` sont des adresses réservées. Le code ci-dessous implémente la classe `AdresseIP`.

```
class AdresseIP:
    def __init__(self, adresse):
        self.adresse =...

    def liste_octets(self):
        """renvoie une liste de nombres entiers,
        la liste des octets de l'adresse IP"""
        # Note : split découpe la chaine de caractères
        # en fonction du séparateur
        return [int(i) for i in self.adresse.split(".")]

    def est_reservee(self):
        """renvoie True si l'adresse IP est une adresse
        réservée, False sinon"""
        reservees = [ ... ]
        return ...

    def adresse_suivante(self):
        """renvoie un objet de AdresseIP avec l'adresse
        IP qui suit l'adresse self si elle existe et None sinon"""
        octets = ...
        if ... == 254:
            return None
        octet_nouveau = ... + ...
        return AdresseIP('192.168.0.' + ...)
```

Compléter le code ci-dessus et instancier trois objets `adresse1`, `adresse2` et `adresse3` avec respectivement les arguments suivants : `'192.168.0.1'`, `'192.168.0.2'` et `'192.168.0.0'`. Vérifier que :

```
>>> adresse1.liste_octets()
[192, 168, 0, 1]
>>> adresse1.est_reservee()
False
>>> adresse3.est_reservee()
True
>>> adresse2.adresse_suivante().adresse # acces valide à adresse
# ici car on sait que l'adresse suivante existe
'192.168.0.3'
```

Sujet 40

Thèmes des sujets

Exercice 1 On considère des tables, c'est-à-dire des tableaux de dictionnaires ayant tous les mêmes clés, qui contiennent des enregistrements relatifs à des animaux hébergés dans un refuge. Les attributs des enregistrements sont `'nom'`, `'espece'`, `'age'`, `'enclos'`. Voici un exemple d'une telle table :

```
animaux = [{'nom':'Medor', 'espece':'chien', 'age':5, 'enclos':2},
           {'nom':'Titine', 'espece':'chat', 'age':2, 'enclos':5},
           {'nom':'Tom', 'espece':'chat', 'age':7, 'enclos':4},
           {'nom':'Belle', 'espece':'chien', 'age':6, 'enclos':3},
           {'nom':'Mirza', 'espece':'chat', 'age':6, 'enclos':5}]
```

Programmer une fonction `selection_enclos` qui :

- ⋆ prend en paramètres :
  - une table `table_animaux` contenant des enregistrements relatifs à des animaux (comme dans l'exemple ci-dessus),
  - un numéro d'enclos `num_enclos` ;
- ⋆ renvoie une table contenant les enregistrements de `table_animaux` dont l'attribut `'enclos'` est `num_enclos`.

Exemples avec la table `animaux` ci-dessus :

```
>>> selection_enclos(animaux, 5)
[{'nom':'Titine', 'espece':'chat', 'age':2, 'enclos':5},
{'nom':'Mirza', 'espece':'chat', 'age':6, 'enclos':5}]
>>> selection_enclos(animaux, 2)
[{'nom':'Medor', 'espece':'chien', 'age':5, 'enclos':2}]
>>> selection_enclos(animaux, 7)
[]
```

Exercice 2 On considère des tableaux de nombres dont tous les éléments sont présents exactement trois fois à la suite, sauf un élément qui est présent une unique fois et que l'on appelle « l'intrus ». Voici quelques exemples :

```
tab_a = [3, 3, 3, 9, 9, 9, 1, 1, 1, 7, 2, 2, 2, 4, 4, 4, 8, 8, 8]
#l'intrus est 7
tab_b = [8, 5, 5, 5, 9, 9, 9, 18, 18, 18, 3, 3, 3]
#l'intrus est 8
tab_c = [5, 5, 5, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 6, 6, 6, 3, 8, 8, 8]
#l'intrus est 3
```

On remarque qu'avec de tels tableaux :

- ⋆ pour les indices multiples de 3 situés strictement avant l'intrus, l'élément correspondant et son voisin de droite sont égaux,
- ⋆ pour les indices multiples de 3 situés après l'intrus, l'élément correspondant et son voisin de droite - s'il existe - sont différents.

Dans des tableaux comme ceux ci-dessus, un algorithme récursif pour trouver l'intrus consiste alors à choisir un indice `i` multiple de 3 situé approximativement au milieu des indices parmi lesquels se trouve l'intrus. Puis, en fonction des valeurs de l'élément d'indice `i` et de son voisin de droite, à appliquer récursivement l'algorithme à la moitié droite ou à la moitié gauche des indices parmi lesquels se trouve l'intrus.

Compléter la fonction récursive `trouver_intrus` proposée page suivante qui met en oeuvre cet algorithme.

```
def trouver_intrus(tab, g, d):
    """Renvoie la valeur de l'intrus situé entre les indices g et d
    dans le tableau tab où :
    tab vérifie les conditions de l'exercice,
    g et d sont des multiples de 3."""
    if g == d:
        return ...
    else:
        nombre_de_triplets = (d - g) // ...
        indice = g + 3 * (nombre_de_triplets // 2)
        if ...:
            return ...
        else:
            return ...
```

Exemples :

```
>>> trouver_intrus([3, 3, 3, 9, 9, 9, 1, 1, 1, 7,
2, 2, 2, 4, 4, 4, 8, 8, 8], 0, 18)
7
>>> trouver_intrus([8, 5, 5, 5, 9, 9, 9, 18, 18, 18, 3, 3, 3],
0, 12)
8
>>> trouver_intrus([5, 5, 5, 1, 1, 1, 0, 0, 0,
6, 6, 6, 3, 8, 8, 8], 0, 15)
3
```

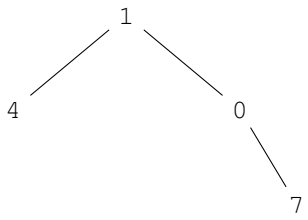
Sujet 41

Thèmes des sujets

Exercice 1 Un arbre binaire est soit vide, représenté en Python par la valeur `None`, soit un nœud, contenant une étiquette et deux sous-arbres gauche et droit et représenté par une instance de la classe `Noeud` donnée ci-dessous.

```
class Noeud:
    def __init__(self, etiquette, gauche, droit):
        self.v = etiquette
        self.gauche = gauche
        self.droit = droit
```

L'arbre ci-contre sera donc implémenté de la manière suivante :




```
a = Noeud(1, Noeud(4, None, None),
    Noeud(0, None, Noeud(7, None, None)))
```

Ecrire une fonction récursive `taille` prenant en paramètre un arbre `a` et qui renvoie la taille de l'arbre que cette instance implémente.

Ecrire de même une fonction récursive `hauteur` prenant en paramètre un arbre `a` de la classe `Arbre` et qui renvoie la hauteur de l'arbre que cette instance implémente.

On considère que la hauteur d'un arbre vide est -1 et la taille d'un arbre vide est 0

Exemples :

```
>>> hauteur(a)
2
>>> taille(a)
4
>>> hauteur(None)
-1
>>> taille(None)
0
>>> hauteur(Noeud(1, None, None))
0
>>> taille(Noeud(1, None, None))
1
```

Exercice 2 On rappelle que les tableaux sont représentés par des listes en Python du type `list`.

Le but de cet exercice est d'écrire une fonction `ajoute` qui prend en paramètres trois arguments `indice`, `element` et `tab` et renvoie un tableau `tab_ins` dans lequel les éléments sont ceux du tableau `tab` avec, en plus, l'élément `element` à l'indice `indice`.

On considère que les variables `indice` et `element` sont des entiers positifs et que les éléments de `tab` sont également des entiers.

En réalisant cette insertion, les éléments du tableau `tab` dont les indices sont supérieurs ou égaux à indice apparaissent décalés vers la droite dans le tableau `tab_ins`.

Si indice est égal au nombre d'éléments du tableau `tab`, l'élément `element` est ajouté dans `tab_ins` après tous les éléments du tableau `tab`.

Exemples :

```
>>> ajoute(1, 4, [7, 8, 9])
[7, 4, 8, 9]
>>> ajoute(3, 4, [7, 8, 9])
[7, 8, 9, 4]
>>> ajoute(0, 4, [7, 8, 9])
[4, 7, 8, 9]
```

Compléter et tester le code ci-dessous :

```
def ajoute(indice, element, tab):
    '''Renvoie un nouveau tableau obtenu en insérant
    element à l'indice indice dans le tableau tab.'''
    nbre_elts = len(tab)
    tab_ins = [0] * (nbre_elts + 1)
    for i in range(indice):
        tab_ins[i] = ...
    tab_ins[...] = ...
    for i in range(indice + 1, nbre_elts + 1):
        tab_ins[i] = ...
    return tab_ins
```

Sujet 42

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `moyenne` qui prend en paramètre un tableau d'entiers non vide et qui renvoie un nombre flottant donnant la moyenne de ces entiers.

Attention : il est interdit d'utiliser la fonction `sum` ou la fonction `mean` (module `statistics` de Python).

Exemples :

```
>>> moyenne([1])
1.0
>>> moyenne([1, 2, 3, 4, 5, 6, 7])
4.0
>>. moyenne([1, 2])
1.5
```

Exercice 2 Le but de l'exercice est de compléter une fonction qui détermine si une valeur est présente dans un tableau de valeurs triées dans l'ordre croissant.

Compléter l'algorithme de dichotomie donné ci-après :

```
def dichotomie(tab, x):
    """applique une recherche dichotomique pour déterminer
    si x est dans le tableau trié tab.
    La fonction renvoie True si tab contient x et False sinon"""

    debut = 0
    fin = ...
    while debut <= fin:
        m = ...
        if x == tab[m]:
            return ...
        if x > tab[m]:
            debut = ...
        else:
            fin = ...
    return False
```

Exemples :

```
>>> dichotomie([15, 16, 18, 19, 23, 24, 28, 29, 31, 33], 28)
True
>>> dichotomie([15, 16, 18, 19, 23, 24, 28, 29, 31, 33], 27)
False
>>> dichotomie([15, 16, 18, 19, 23, 24, 28, 29, 31, 33], 1)
False
>>> dichotomie([], 28)
False
```

Sujet 43

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `a_doublon` qui prend en paramètre un tableau trié de nombres dans l'ordre croissant et renvoie `True` si ce tableau contient au moins deux nombres identiques, `False` sinon.

Exemples :

```
>>> a_doublon([])
False
>>> a_doublon([1])
False
>>> a_doublon([1, 2, 4, 6, 6])
True
>>> a_doublon([2, 5, 7, 7, 7, 9])
True
>>> a_doublon([0, 2, 3])
False
```

Exercice 2 On souhaite générer des grilles du jeu de démineur à partir de la position des bombes à placer. On se limite à la génération de grilles carrées de taille $n \times n$ où n est le nombre de bombes du jeu.

Dans le jeu du démineur, chaque case de la grille contient soit une bombe, soit une valeur qui correspond aux nombres de bombes situées dans le voisinage direct de la case (au-dessus, en-dessous, à droite, à gauche ou en diagonal : chaque case a donc 8 voisins si elle n'est pas située au bord de la grille).
Voici un exemple de grille 5×5 de démineur dans laquelle la bombe est représentée par une étoile :

1	1	1	0	0
1	*	1	1	1
2	2	3	2	*
1	*	2	*	3
1	1	2	2	*

On utilise une liste de listes pour représenter la grille et on choisit de coder une bombe par la valeur -1.
L'exemple ci-contre sera donc codé par la liste :

```
[[1, 1, 1, 0, 0],
 [1, -1, 1, 1, 1],
 [2, 2, 3, 2, -1],
 [1, -1, 2, -1, 3],
 [1, 1, 2, 2, -1]]
```

Compléter le code suivant afin de générer des grilles de démineur. On pourra vérifier que l'instruction `génère_grille([(1, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 4)])` produit bien la liste donnée en exemple.

```
def voisinage(n, ligne, colonne):
    """ Renvoie la liste des coordonnées des voisins de la case
    (ligne, colonne) en gérant les cases sur les bords. """
    voisins = []
    for l in range(max(0,ligne-1), min(n, ligne+2)):
        for c in range(max(0, colonne-1), min(n, colonne+2)):
            if (l, c) != (ligne, colonne):
                voisins.append((l,c))
    return voisins

def incremente_voisins(grille, ligne, colonne):
    """ Incrémente de 1 toutes les cases voisines d'une bombe."""
    voisins = ...
    for l, c in voisins:
        if grille[l][c] != ...: # si ce n'est pas une bombe
            ... # on ajoute 1 à sa valeur

def genere_grille(bombes):
    """ Renvoie une grille de démineur de taille nxn où n est
    le nombre de bombes, en plaçant les bombes à l'aide de
    la liste bombes de coordonnées (tuples) passée en
    paramètre. """
    n = len(bombes)
    # Initialisation d'une grille nxn remplie de 0
    grille = [[0 for colonne in range(n)] for ligne in range(n)]
    # Place les bombes et calcule les valeurs des autres cases
    for ligne, colonne in bombes:
        grille[ligne][colonne] = ... # place la bombe
        ... # incrémente ses voisins
    return grille
```

Sujet 44

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `enumere` qui prend en paramètre un tableau `tab` (type `list`) et renvoie un dictionnaire `d` dont les clés sont les éléments de `tab` avec pour valeur associée la liste des indices de l'élément dans le tableau `tab`.

Exemples :

```
>>> enumere([])
{}
>>> enumere([1, 2, 3])
{1: [0], 2: [1], 3: [2]}
>>> enumere([1, 1, 2, 3, 2, 1])
{1: [0, 1, 5], 2: [2, 4], 3: [3]}
```

Exercice 2 Un arbre binaire est soit vide, représenté en Python par la valeur `None`, soit un nœud, contenant une étiquette et deux sous-arbres gauche et droit et représenté par une instance de la classe `Noeud` donnée ci-dessous.

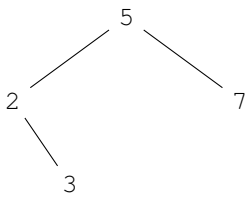
```
class Noeud:
    """Classe représentant un noeud d'un arbre binaire"""
    def __init__(self, etiquette, gauche, droit):
        """Crée un noeud de valeur etiquette avec
        gauche et droit comme fils."""
        self.etiquette = etiquette
        self.gauche = gauche
        self.droit = droit

def parcours(arbre, liste):
    """parcours récursivement l'arbre en ajoutant les étiquettes
    de ses noeuds à la liste passée en argument en ordre infixe."""
    if arbre != None:
        parcours(arbre.gauche, liste)
        liste.append(arbre.etiquette)
        parcours(arbre.droit, liste)
    return liste
```

La fonction récursive `parcours` renvoie la liste des étiquettes des nœuds de l'arbre implémenté par l'instance `arbre` dans l'ordre du parcours en profondeur infixe à partir d'une liste vide passée en argument.

Compléter le code de la fonction `insere` ci-dessous qui prend en argument un arbre binaire de recherche `arbre` représenté ainsi et une étiquette `cle`, non présente dans l'arbre et qui :

- renvoie une nouvelle feuille d'étiquette `cle` s'il est vide ;
- renvoie l'arbre après l'avoir modifié en insérant `cle` sinon ;
- garantit que l'arbre ainsi complété soit encore un arbre binaire de recherche.

Tester ensuite ce code en utilisant la fonction `parcours` et en insérant successivement des nœuds d'étiquette `1`, `4`, `6` et `8` dans l'arbre binaire de recherche représenté ci-dessous :



```
def insere(arbre, cle):
    """insere la cle dans l'arbre binaire de recherche
    représenté par arbre.
    Retourne l'arbre modifié."""
    if arbre == None:
        return Noeud(cle, None, None) # creation d'une feuille
    else:
        if ...:
            arbre.gauche = insere(arbre.gauche, cle)
        else:
            arbre.droit = ...
        return arbre
```

Sujet 45

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `compte_occurrences` prenant comme paramètres une valeur `x` et un tableau `tab` (de type `list`) et qui renvoie le nombre d'occurrences de `x` dans `tab`.

L'objectif de cet exercice étant de parcourir un tableau, il est interdit d'utiliser la méthode `count` des listes Python.

Exemples :

```
>>> compte_occurrences(5, [])
0
>>> compte_occurrences(5, [-2, 3, 1, 5, 3, 7, 4])
1
>>> compte_occurrences('a', ['a','b','c','a','d','e','a'])
3
```

Exercice 2 On considère dans cet exercice un algorithme glouton pour le rendu de monnaie. Pour rendre une somme en monnaie, on utilise à chaque fois la plus grosse pièce possible et ainsi de suite jusqu'à ce que la somme restante à rendre soit nulle.

Les pièces de monnaie utilisées sont : `pieces = [1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200]`

On souhaite écrire une fonction `rendu_monnaie` qui prend en paramètres

- un entier `somme_due` représentant la somme à payer ;
- un entier `somme_versee` représentant la somme versée qui est supérieure ou égale à `somme_due` ;
- et qui renvoie un tableau de type `list` contenant les pièces qui composent le rendu de la monnaie restante, c'est-à-dire de `somme_versee - somme_due`.

Ainsi, l'instruction `rendu_monnaie(452, 500)` renvoie le tableau `[20, 20, 5, 2, 1]`.
En effet, la somme à rendre est de 48 euros soit $20 + 20 + 5 + 2 + 1$.

Le code de la fonction `rendu_monnaie` est donné ci-dessous :

```
def rendu_monnaie(somme_due, somme_versee):
    '''Renvoie la liste des pièces à rendre pour rendre la monnaie
    lorsqu'on doit rendre somme_versee - somme_due'''
    rendu = ...
    a_rendre = ...
    i = len(pieces) - 1
    while a_rendre > ...:
        while pieces[i] > a_rendre:
            i = i - 1
        rendu.append(...)
        a_rendre = ...
    return rendu
```

Compléter ce code et le tester.

Exemples :

```
>>> rendu_monnaie(700, 700)
[]
>>> rendu_monnaie(102, 500)
[200, 100, 50, 20, 20, 5, 2, 1]
```

Sujet 46

Thèmes des sujets

Exercice 1 Ecrire une fonction `recherche` qui prend en paramètres un tableau `tab` non vide de nombres entiers triés par ordre croissant et un nombre entier `n`, et qui effectue une recherche dichotomique du nombre entier `n` dans le tableau `tab`. Cette fonction doit renvoyer un indice correspondant au nombre cherché s'il est dans le tableau, `None` sinon.

```
>>> recherche([2, 3, 4, 5, 6], 5)
3
>>> recherche([2, 3, 4, 6, 7], 5) # renvoie None
```

Exercice 2 Le codage de César transforme un message en changeant chaque lettre en la décalant dans l'alphabet. Par exemple, avec un décalage de 3, le `A` se transforme en `D`, le `B` en `E`, ..., le `X` en `A`, le `Y` en `B` et le `Z` en `C`. Les autres caractères (`!`, `?`, etc.) ne sont pas codés.

La fonction `position_alphabet` ci-dessous prend en paramètre un caractère `lettre` et renvoie la position de `lettre` dans la chaîne de caractères `alphabet` s'il s'y trouve.
La fonction `cesar` prend en paramètre une chaîne de caractères `message` et un nombre entier `decalage` et renvoie le nouveau message codé avec le codage de César utilisant le décalage `decalage`.

```
alphabet = 'ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ'

def position_alphabet(lettre):
    '''Renvoie la position de la lettre dans l'alphabet'''
    return ord(lettre) - ord('A')

def cesar(message, decalage):
    '''Renvoie le message codé par la méthode de César
    pour le decalage donné'''
    resultat = ''
    for ... in message:
        if 'A' <= c and c <= 'Z':
            indice = (...) % 26
            resultat = resultat + alphabet[indice]
        else:
            resultat = ...
    return resultat
```

Compléter la fonction `cesar`.

Exemples :

```
>>> cesar('BONJOUR A TOUS. VIVE LA MATIERE NSI !', 4)
'FSRNSYV E XSYW. ZMZI PE QEXMIVI RWM !'
>>> cesar('GTSOTZW F YTZX. ANAJ QF RFYNJWJ SXN !', -5)
'BONJOUR A TOUS. VIVE LA MATIERE NSI !'
```

Sujet 47

Thèmes des sujets

Exercice 1 Sur le réseau social TipTop, on s'intéresse au nombre de « like » des abonnés. Les données sont stockées dans des dictionnaires où les clés sont les pseudos et les valeurs correspondantes sont les nombres de « like » comme ci-dessous :

```
{'Bob': 102, 'Ada': 201, 'Alice': 103, 'Tim': 50}
```

Ecrire une fonction `max_dico` qui :

- ⋆ prend en paramètre un dictionnaire `dico` non vide dont les clés sont des chaînes de caractères et les valeurs associées sont des entiers ;
- ⋆ renvoie un tuple dont :
  - la première valeur est la clé du dictionnaire associée à la valeur maximale ;
  - la seconde valeur est la première valeur maximale présente dans le dictionnaire.

Exemples :

```
>>> max_dico({ 'Bob': 102, 'Ada': 201, 'Alice': 103, 'Tim': 50 })
('Ada', 201)
>>> max_dico({ 'Alan': 222, 'Ada': 201, 'Eve': 222, 'Tim': 50 })
('Alan', 222)
```

Exercice 2 Nous avons l'habitude de noter les expressions arithmétiques avec des parenthèses comme par exemple : $(2 + 3) \times 5$.

Il existe une autre notation utilisée par certaines calculatrices, appelée notation *postfixe*, qui n'utilise pas de parenthèses. L'expression arithmétique précédente est alors obtenue en saisissant successivement 2, puis 3, puis l'opérateur $+$, puis 5, et enfin l'opérateur $\times$. On modélise cette saisie par le tableau `[2, 3, '+', 5, '*']`.

Autre exemple, la notation postfixe de $3 \times 2 + 5$ est modélisée par le tableau `[3, 2, '*', 5, '+']`.

D'une manière plus générale, la valeur associée à une expression arithmétique en notation postfixe est déterminée à l'aide d'une pile en parcourant l'expression arithmétique de gauche à droite de la façon suivante :

- ⋆ si l'élément parcouru est un nombre, on le place au sommet de la pile ;
- ⋆ si l'élément parcouru est un opérateur, on récupère les deux éléments situés au sommet de la pile et on leur applique l'opérateur. On place alors le résultat au sommet de la pile.
- ⋆ à la fin du parcours, il reste alors un seul élément dans la pile qui est le résultat de l'expression arithmétique.

Dans le cadre de cet exercice, on se limitera aux opérations $\times$ et $+$.

Pour cet exercice, on dispose d'une classe `Pile` qui implémente les méthodes de base sur la structure de pile.

Compléter le script de la fonction `eval_expression` qui reçoit en paramètre une liste `Python` représentant la notation postfixe d'une expression arithmétique et qui renvoie sa valeur associée.

```
class Pile:
    """Classe définissant une structure de pile."""
    def __init__(self):
        self.contenu = []

    def est_vide(self):
        """Renvoie un booléen indiquant si la pile est vide."""
        return self.contenu == []

    def empiler(self, v):
        """Place l'élément v au sommet de la pile"""
        self.contenu.append(v)

    def depiler(self):
        """
        Retire et renvoie l'élément placé au sommet de la pile,
        si la pile nest pas vide. Produit une erreur sinon.
        """
        assert not self.est_vide()
        return self.contenu.pop()

def eval_expression(tab):
    p = Pile()
    for ... in tab:
        if element != '+' ... element != '*':
            p.empiler(...)
        else:
            if element == ...:
                resultat = ... + ...
            else:
                resultat = ...
            p.empiler(...)
    return ...
```

Exemples :

```
>>> eval_expression([2, 3, '+', 5, '*'])
25
>>> eval_expression([1, 2, '+', 3, '*'])
9
>>> eval_expression([1, 2, 3, '+', '*'])
5
```

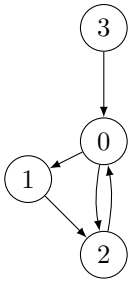
Sujet 48

Thèmes des sujets

Exercice 1 On considère dans cet exercice un graphe orienté représenté sous forme de listes d'adjacence.

On suppose que les sommets sont numérotés de 0 à $n-1$.

Par exemple, le graphe suivant :



est représenté par la liste d'adjacence suivante :

```
adj = [[1, 2], [2], [0], [0]]
```

Ecrire une fonction `voisins_entrants(adj, x)` qui prend en paramètre le graphe donné sous forme de liste d'adjacence et qui renvoie une liste contenant les voisins entrants du sommet `x`, c'est-à-dire les sommets `y` tels qu'il existe une arête de `y` vers `x`.

Exemples :

```
>>> voisins_entrants([[1, 2], [2], [0], [0]], 0)
[2, 3]
>>> voisins_entrants([[1, 2], [2], [0], [0]], 1)
[0]
```

Exercice 2 On considère dans cet exercice la suite de nombre suivante : 1, 11, 21, 1211, 111221, ...

Cette suite est construite ainsi : pour passer d'une valeur à la suivante, on la lit et on l'écrit sous la forme d'un nombre.
Ainsi, pour 1211 :

- on lit *un* 1, *un* 2, *deux* 1 ;
- on écrit donc en nombre 1 1, 1 2, 2 1 ;
- puis on concatène 111221.

Compléter la fonction `nombre_suivant` qui prend en entrée un nombre sous forme de chaîne de caractères et qui renvoie le nombre suivant par ce procédé, encore sous forme de chaîne de caractères.

```
def nombre_suivant(s):
    '''Renvoie le nombre suivant de celui representé par s
    en appliquant le procédé de lecture.'''
    resultat = ''
    chiffre = s[0]
    compte = 1
    for i in range(...):
        if s[i] == chiffre:
            compte = ...
        else:
            resultat += ... + ...
            chiffre = ...
            ...
    lecture_... = ... + ...
    resultat += lecture_chiffre
    return resultat
```

Exemples :

```
>>> nombre_suivant('1211')
'111221'
>>> nombre_suivant('311')
'1321'
```